सीधा और प्रतिलोम समानुपात

मुख्य अवधारणाएँ

- सीधा अनुपात
- प्रतिलोम अनुपात

सिखने के प्रतिफल

- समानुपात तथा व्युत्क्रमानुपात पर आधारित प्रश्न हल करते हैं।

9.1 भूमिका (Introduction)

जब दो प्रकार की राशियाँ इस प्रकार से एक–दूसरे से संबंधित होती है, कि एक में परिवर्तन होने पर दूसरे में भी परिवर्तन होती है, तो इस परिवर्तन को विचरण कहते हैं।

जैसे—यदि 5 बच्चों के बीच 2-2 टॉफी देना है तो 10 टॉफी चाहिए और यदि 10 बच्चे हैं तो 20 टॉफी चाहिए।

सीधा अनुपात—जब दो राशियाँ में परिवर्तन इस प्रकार है कि एक में वृद्धि होने पर दूसरे में भी वृद्धि हो तो इसे सीधा अनुपात कहते हैं। इसे अनुक्रमानुपाती भी कहते हैं।

जैसे—(*i*) $\frac{\text{वस्तुओं की संख्या}}{\text{वस्तुओं की संख्या}} = \text{स्थिर अनुपात}$

(*ii*) $\frac{\text{बच्चों की संख्या}}{\text{भोजन की मात्रा}} = \text{स्थिर अनुपात}$

(*iii*) $\frac{\text{व्यक्तियों की संख्या}}{\text{परिश्रमिक}} = \text{स्थिर अनुपात}$

© JCERT not to be republished

उदाहरण 1. 50 बच्चों के भोजन के लिए 6 किलोग्राम आलू चाहिए तो 150 बच्चों के भोजन के लिए कितने आलू की आवश्यकता होगी ?

हल : माना कुल ग किलोग्राम आलू की आवश्यकता होगी।

$$\because \quad \frac{\text{बच्चों की संख्या}}{\text{आलू की मात्रा}} = \text{स्थिर अनुपात}$$

$$\because \quad \text{प्रथम अनुपात} = \frac{50}{6}$$

$$\text{द्वितीय अनुपात} = \frac{150}{x}$$

स्थिर अनुपात से, दोनों बराबर होते हैं—

$$\therefore \quad \frac{50}{6} = \frac{150}{x}$$

या $$50x = 900$$

$$x = \frac{900}{50} = 18 \text{ किलोग्राम।}$$

उदाहरण 2. दो राशियाँ x तथा y दी गई बालिका के अनुसार सीधी अनुपात में विचरण करते हैं। रिक्त स्थानों में a तथा b का मान बतायें।

x	8	14	b
y	20	a	30

हल : a का मान निकालने के लिए

$$\frac{8}{20} = \frac{14}{9}$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{14 \times 20}{8} = 35$$

b का मान निकालने के लिए

$$\frac{8}{20} = \frac{b}{30}$$

$$\Rightarrow \quad b = \frac{8 \times 30}{20} = 12$$

प्रतिलोम अनुपात—जब दो राशियाँ इस प्रकार बदलें कि एक में वृद्धि हेने पर दूसरे राशि में कमी होने लगता है, तो इसे प्रतिलोम अनुपात कहते हैं। इसे व्युत्क्रमानुपाती भी कहते हैं।

जैसे—किसी कार्य को अधिक समय में पुरा करने के लिए मजदूरों की संख्या को कम करना पड़ता है।

© JCERT not to be republished

इसमें एक राशि एवं दूसरे राशि के प्रतिलोम का अनुपात अचर (स्थिर) होता है।

माना प्रथम राशि $= x_1$

दूसरी राशि $= y_1$

परिवर्तन के बाद, प्रथम राशि $= x_2$

दूसरी राशि $= y_2$

तो प्रतिलोम अनुपात के नियम से—

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$$

या $$x_1 \times y_2 = x_2 \times y_1$$

उदाहरण 3. एक काम को 35 मजदूर मिलकर 63 दिनों में पुरा करते हैं। उसी काम को 45 मजदूर मिलकर कितने दिनों में पुरा करेंगे।

हल : माना $x_1 = 35, y_1 = 63$

$x_2 = 45, y_2 = ?$

प्रतिलोम अनुपात के नियम से,

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2$$

$$\therefore \quad y_2 = \frac{x_1 \times y_1}{x_2}$$

या $$y_2 = \frac{35 \times 63}{45}$$

$$y_2 = 49$$

अतः 49 दिन में काम पुरा होगा।

उदाहरण 4. 9 नल मिलकर एक हौज को 8 घंटे में भरते हैं। 6 नल मिलकर कितने घंटों में हौज को भरेंगे ?

हल : माना $x_1 = 9, y_1 = 8$

$x_2 = 6, y_2 = ?$

प्रतिलोम अनुपात के नियम से—

$$x_1 \times y_1 = x_2 \times y_2$$

$$9 \times 8 = 6 \times y_2$$

© JCERT not to be republished

या $y_2 = \frac{9 \times 8}{6} = 12$ घंटे

अतः हौज को भरने में 12 घंटे का समय लगेगा।

प्रश्नावली 10.1

1. निम्न सारणी में x तथा y अनुक्रमानुपाती हैं, तो a, b तथा c का मान निकालें।

x	3	a	b	9
y	12	20	28	c

2. एक ट्रक 34 लीटर डीजल में 272 किमी की दूरी तय करती है तो ट्रक 24 लीटर डीजल में कितनी दूरी तय करेगी ?
3. एक नल 420 बोतल 4 घंटे में भरती है। 6 घंटे में कितने बोतल पानी भर जाएँगे।
4. 150 लोग एक मकान को 45 दिन में बनाते हैं। उसी मकान को 18 दिन में बनाने के लिए कितने लोगों की आश्यकता होगी ?
5. 45 व्यक्ति किसी काम को 13 दिन में करते हैं। उसी काम को 39 व्यक्ति कितने दिन में पुरा करेंगे।

उत्तरमाला 10.1

1. $a = 5, b = 7, c = 36$
2. 192 किमी
3. 630 बोतल
4. 375 लोग
5. 15 दिन

© JCERT not to be republished