पाठ 12

ठोस आकारों का चित्रण

शिक्षण अधिगम प्रक्रियाएँ

- त्रिविमीय आकृति (3D) का चित्र
- फलक, किनारे और शीर्ष सिखने के प्रतिफल

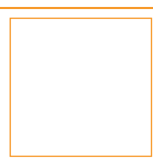
सिखने के प्रतिफल

- (3D) आकृतियों को समतल जैसे – कागज, श्यामपट्ट आदि पर प्रदर्शित करते हैं।
- पैटर्न के माध्यम से यूलर (Euler's) संबंध का सत्यापन करते हैं।

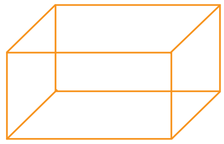
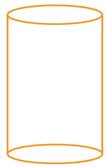
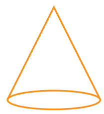
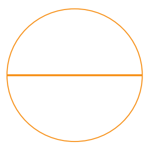
भूमिका (Introduction)

समतल आकृतियों में केवल दो विमाएं (2D) होते हैं।

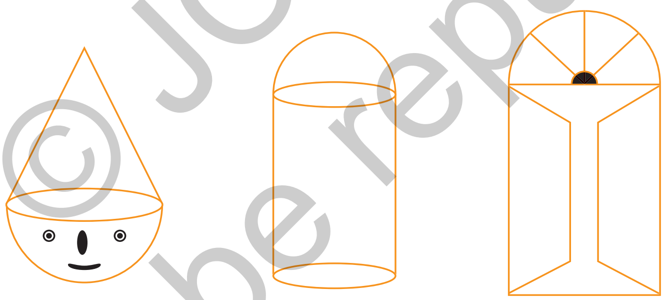
जैसे– त्रिभुज, वर्ग, आयत। इनमें केवल लंबाई और ठोस आकारों में लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई का गहराई तीनों विमाएं होती है। जैसे– घन, घनाभ, बेलन, शंकु, गोला आदि। इन्हें त्रिविमीय आकृति कहते हैं।

क्रम संख्या	आकार	आकार का नाम	आकार का प्रकार
1.		गोला	द्विविमीय
2.		वर्ग	द्विविमीय

© JCERT not to be republished

क्रम संख्या	आकार	आकार का नाम	आकार का प्रकार
3.		घनाभ	त्रिविमीय
4.		बेलन	त्रिविमीय
5.		शंकु	त्रिविमीय
6.		गोला	त्रिविमीय

- हम अपने आस–पास कुछ ऐसी भी आकृतियां देखते हैं जिन्हें (2D) और (3D) के संयोजन से बनाया जा सकता है। जैसे– खिलौना, बोतल, दरवाजा इत्यादि।

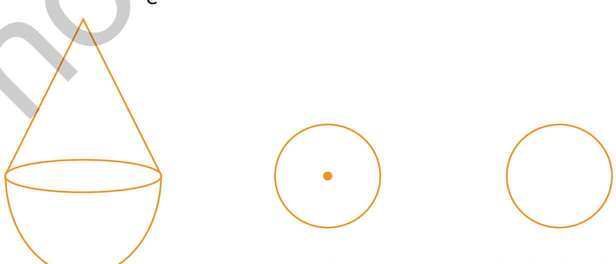


खिलौना बोतल दरवाजा

त्रिविमीय आकारों के दृश्य

जब हम किसी त्रिविमीय आकृति को अलग–अलग दिशा से देखते हैं, तो उसका रूप बदल जाता है। जो अलग–अलग आकृति के रूप में दिखता है। जैसे–

(i)



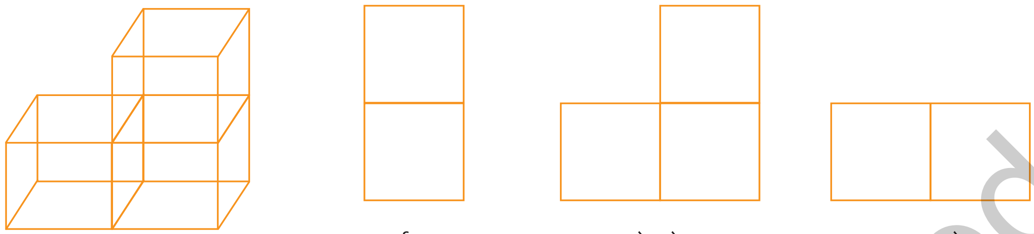
एक खिलौना ऊपर से देखने पर नीचे से देखने पर

© JCERT not to be republished

(ii)

एक ईट   सामने से दृश्य   पार्श्व दृश्य   ऊपर से दृश्य

(iii)



तीन धनों से बना ठोस   पार्श्व दृश्य   सामने से दृश्य   ऊपर से दृश्य

अपने आस–पास के स्थान का प्रति चित्रण

हमलोग किसी वस्तु को देखकर चित्र बनाते हैं। चित्र में वस्तु के सभी भागों को दर्शाने का प्रयास किया जाता है। एक ही वस्तु का चित्र सभी व्यक्तियों द्वारा भिन्न–भिन्न बन सकता है। इसी प्रकार चित्र की सहायता से मानचित्र बनाया जाता है। सभी व्यक्तियों के द्वारा बनाया गया मानचित्र एक समान नहीं होता है। क्योंकि इसमें कुछ मानवों का उपयोग होता है। मानचित्र बनाते समय इस बात का ध्यान रखना होता है कि दिखाई गई दूरियां वास्तविक दूरियों के समानुपातिक हो। एक उपयुक्त पैमाना, जैसे– 1 cm = 10 km का 1 mm = 50 m मानकर बनाते हैं।

चित्र पृष्ठ संख्या 189

यह पैमाना एक मानचित्र में सभी स्थानों के लिए समान रहता है। लेकिन दूसरे मानचित्र बनाते समय यह पैमाना बदल भी सकता है। एक मानचित्र पर सभी चित्र, संकेत आदि समान होते हैं। यदि मानचित्र में पेड़ दिखाना है। तो छोटा या बड़ा पेड़ के लिए हम समान संकेतों का प्रयोग करते हैं।

चित्र–1 पृष्ठ संख्या 190

चित्र–2 पृष्ठ संख्या 190

© JCERT not to be republished

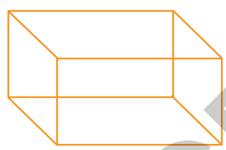
फलक, किनारे और शीर्ष

कुछ ठोस वस्तुएं जैसे– घन, घनाभ, प्रिज्म, आदि बहुभुजीय सतहों से मिलकर बने होते हैं। इन सतहों को फलक कहते हैं। ये फलक किनारों या कोरों से मिलकर बनते हैं। जिसे रेखा खण्ड कहते हैं इनके किनारों के मिलने से शीर्ष बनता है, जो एक बिंदु होता है। ऐसे ठोसों को बहुफलक या बहुफलकी कहते हैं।

कुछ ठोस वस्तुएं बहुफलक नहीं होते हैं। जैसे– बेलन, शंकु, गोला आदी। क्योंकि इनका सतह समतल नहीं होती है।

उतल बहुफलक

जिन ठोस आकृतियों के सभी विकर्ण उसके बहुभुज के अन्तः भाग में होते हैं उसे उतल बहुफलक कहते हैं।



उतल बहुफलक

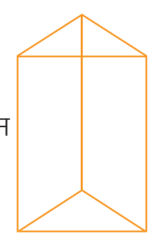
उतल बहुफलक नहीं है

सम बहुफलक

वैसे बहुफलक जिसके सभी फलक सम बहुभुजों से बना है तथा शीर्षों पर मिलने वाले फलकों की संख्या समान हो, उसे सम बहुफलक कहते हैं। जैसे – घन

प्रिज्म

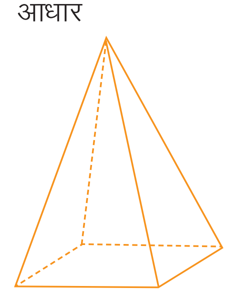
वैसा बहुफलक जिसका आधार और दूसरी सिरा सर्वांगसम बहुभुज हों तथा अन्य पार्श्व फलक, समांतर चतुर्भुजों से बना हो, उसे प्रिज्म कहते हैं।



पिरामिड–

वैसा बहुफलक जिसका आधार एक बहुभुज होता है तथा पार्श्व फलक एक शीर्ष पर मिलने वाले त्रिभुज होते हैं। उसे पिरामिड कहते हैं।

एक आयताकार प्रिज्म का आधार आयत और एक वर्गाकार पिरामिड का आधार वर्ग होता है।



पिरामिड

© JCERT not to be republished

यूलर सूत्र (Euler's formula)

किसी बहुफलकीय ठोस आकृतियों के फलकों की संख्या, किनारों की संख्या तथा शीर्षों की संख्या के बीच एक संबंध होता है। इस संबंध को एक सूत्र द्वारा दिखाते हैं, जिससे यूलर सूत्र कहते हैं।

इस सूत्र के अनुसार यदि बहुफलक में –

फलकों की संख्या = F

किनारों की संख्या = E

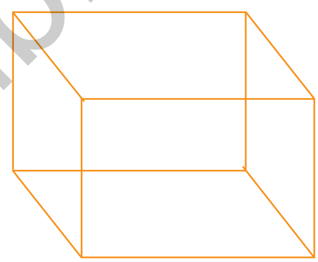
तथा शीर्ष की संख्या = V हो तो,

यूलर के सूत्र से,

या $F + V - E = 2$

$F + V - E = 2$ हो तो,

उदाहरण 7 : एक घन में फलकों की संख्या = $F = 6$



हल : एक धन में फलकों की संख्या = $F = 6$

किनारों की संख्य = $E = 12$

शीर्ष बिंदुओं की संख्या = $V = 8$

ऑपलर के सूत्र से –

या $F + V = 2$

$6 + 8 - 12 = 2$

$14 - 12 = 2$

$2 = 2$

इस प्रकार एक घन के लिए यूलर के सूत्र के सत्य की जाँच हुई।

© JCERT not to be republished

अभ्यास प्रश्न

1. द्विविमीय तथा त्रिविमीय से मिलाकर 3–3 आकृतियों का नाम बताएँ?

2. एक प्रिज्म में कुल कितने फलक तथा शीर्ष होते हैं?

3. त्रिभुजाकार प्रिज्म तथा वर्ग आधार वाले प्रिज्म यूलर सूत्र को सत्यापित करें?

4. एक ठोस आकृति में 12 फलकें तथा 30 किनारें दिये हैं। उसमें कितने शीर्ष होंगे?

5. एक अन्य ठोस आकृति में 4 फलक तथा 4 शीर्ष हैं उसमें किनारों की संख्या ज्ञात करें?

उत्तरमाला

1. बोतल, घर, छिला हुआ पेंसिल (इससे भिन्न उत्तर भी हो सकते हैं)
2. फलक – 5, शीर्ष – 6
4. 20 शीर्ष
5. 6 किनारे

© JCERT not to be republished