पाठ 16

आंकड़ों का प्रबंधन

मुख्य अवधारणाएँ

- आँकड़ों का संगठन
- बारंबारता बंटन सारणी
- आँकड़ों का निरूपण
- प्रायिकता

सिखने के प्रतिफल

- दंड आलेख एवं पाई आलेख बनाना एवं उसकी व्याख्या कर पायेंगे।
- किसी घटना के भविष्य में घटित होने का अनुमान लगा पायेंगे।

आँकड़े (Data) :

दैनिक जीवन में विभिन्न तरह की सूचनाएँ मिलती हैं। जैसे–

(*a*) किसी वर्ग कि विद्यार्थियों के परीक्षा में प्राप्त अंक।

(*b*) पिछले मैचों में किसी खिलाड़ी द्वारा बनाए गए रन।

(*c*) सुमन के दोस्तों द्वारा पसंद किये जाने वाले फलों की सूची।

उपरोक्त सूचनाएँ आँकड़ें (Data) कहलाते हैं।

यथा प्राप्त आँकड़े (Raw Data) :

उपलब्ध आँकड़े जो असंगठित रूप से प्राप्त हैं, यथा प्राप्त आँकड़े (Raw Data) कहलाते हैं। जैसे– सुमन के दोस्तों द्वारा पसंद किये जाने वाले फलों की सूचि–

© JCERT not to be republished

केला, आम, सेब, नारंगी।

बारंबारता बंटन सारणी (Frequency distribution Table) :

यथा प्राप्त आँकड़े से निष्कर्ष निकाल पाना अथवा आँकड़ों का व्याख्या कर पाना कठिन होता है। अतः आँकड़ों को हम मिलान चिन्ह (Tally Mark) का प्रयोग कर सारणी बद्ध करते हैं, जिसे बारंबारता बंटन सारणी (Frequency Distribution Table) कहते हैं। आइए इसे एक उदाहरण की सहायता से समझते हैं।

उदाहरण 1 : सुमन के दोस्तों द्वारा पसंद किये जाने वाले फलों की सूची निम्नलिखित हैं।

केला, आम, केला, आम, सेब, नारंगी, सेब आम, केला, सेब, सेब, केला, आम, आम, आम, सेब।

मिलान–चिन्ह का प्रयोग करते हुए उपरोक्त आँकड़ों से एक बारंबारता बंटन सारणी बनाइए। एवं बताइए (*i*) कौन–सा फल सबसे ज्यादा पसंद किया गया।

हल :

फल	मिलान चिन्ह	दोस्तों की सं.
केला	||||	4
आम	~~||||~~ |	6
सेब	~~||||~~	5
नारंगी	|	1

(*i*) आम सबसे ज्यादा पसंद किया गया।

वर्गीकृत आँकड़े (Grouped Data) :

जब आँकड़ों की संख्या काफी ज्यादा होती है तो उपरोक्त विधि से सारणीबद्ध करना कठिन हो। ऐसे में हम आँकड़ों को वर्गीकृत कर देते हैं, जिसे वर्गीकृत आँकड़ा कहते हैं। आइए इसे एक उदाहरण की सहायता से समझते हैं।

उदाहरण 2 : कक्षा VIII के 40 विद्यार्थियों द्वारा गणित की परीक्षा में प्राप्त अंक (50 में से) निम्नलिखित है।

25, 20, 25, 30, 35, 34, 38, 40, 42, 50, 48, 20, 25, 22, 28, 15, 17, 20, 25, 30, 32, 32, 32, 30, 22, 22, 24, 26, 28, 30, 30, 32, 34, 36, 25, 20, 22, 45, 18, 20

© JCERT not to be republished

वर्ग 10–20 की माप = उपरि वर्ग सीमा – निम्न वर्ग सीमा

= 20 – 10 = 10

उदाहरण 3 : 30 मजदूरों की दैनिक आमदनी (रु. में) निम्नलिखित है।

200, 225, 250, 225, 200, 300, 350, 400, 300, 350, 400, 450, 500, 550, 150, 200, 250, 300, 300, 350, 350, 400, 400, 350, 400, 450 500, 550, 500, 550

उपरोक्त आँकड़ों को एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन सारणी में सजाएँ।

हल : निम्नतम आँकड़ा = 150

उच्चतम आँकड़ा = 550

परिसर = 550 – 150 = 400

अतः हम वर्ग अंतराल 100 – 200, 200 – 300 इत्यादि लेंगे।

वर्ग	मिलान–चिन्ह	बारंबारता
100 – 200	I	1
200 – 300	卌 II	7
300 – 400	卌 IIII	9
400 – 500	卌 II	7
500 – 600	卌 I	6
कुल		**30**

(**नोट** : परिसर के आधार पर हम तय करेंगे कि कितने वर्ग बनाना उचित होगा। उपरोक्त उदाहरण में हमने 5 वर्ग बनाए हैं। हम 100 – 150, 150 – 200, 200 – 250 इत्यादि वर्ग भी बना सकते हैं)

उपरोक्त आँकड़ों से एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन सारणी (Grouped Frequency Distribution Table) बनाइए।

समूह	मिलान–चिन्ह	बारंबारता
0 – 10		
10 – 20	IIII	4
20 – 30	卌 卌 卌 III	18
30 – 40	卌 卌 IIII	14
40 – 50	III	3
50 – 60	I	1

© JCERT not to be republished

यहाँ हमने आँकड़ों को 0–10, 10–20, 20–30 इत्यादि समूह में बाँटा है जिसे **वर्ग अन्तराल (Class interval)** या **एक वर्ग (Class)** कहते हैं।

हम देखते हैं कि 0–10 एवं 10–20, दोनों में 10 सम्मिलित है। अतः आँकड़ों का दुहराव न हो के समूह (वर्ग) में न रख कर 10–20 वाले वर्ग में रखते हैं।

वर्ग की उपरि एवं निम्न सीमा

वर्ग 0–10 में 0 निम्न वर्ग सीमा एवं 10 उपरि वर्ग सीमा कहलाती है। ठीक इसी तरह वर्ग 10–20 में 10 निम्न वर्ग सीमा (lower class limit) एवं 20 उपरि वर्ग सीमा (upper class limit) कहलाती है।

वर्ग की चौड़ाई या माप (Size) = उपरि वर्ग सीमा – निम्न वर्ग सीमा

उदाहरण 4 : वर्ग VIII में पढ़ने वाले 20 विद्यार्थियों की उम्र (वर्ष में) निम्नलिखित हैं।

14.5, 14, 14.2, 14.1, 15, 14.5, 14.3, 14.25, 14.1, 14, 15, 15.5, 15.2, 14.1, 14, 14.2, 14.5, 15.1, 15.2, 15

उपरोक्त आँकड़ा से एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन सारणी बनाइए।

हल : उच्चतम आंकड़ा = 15.5

निम्नतम आंकड़ा = 14

परिसर = 15.5 – 14 = 1.5

वर्ग	मिलान चिन्ह	बारंबारता
14 – 14.5	~~||||~~ ~~||||~~	10
14.5 – 15	|||	3
15 – 15.5	~~||||~~		6
15.5 – 16			1

उदाहरण 5 : वर्ग VIII के 30 विद्यार्थियों की घर से विद्यालय की दूरी (किमी में) निम्नलिखित है।

1, 1.5, 1.6, 2, 2.2, 1, 1.5, 2.5, 3.5, 2, 2.2, 2, 1.6, 2.2, 2.4, 2.5, 1.6, 1.7, 2.5, 2.6, 2.4, 2.5, 2.6, 1.6, 2.2, 2.4, 1.2, 1.4, 1.2, 1.5

उपरोक्त आँकड़ों के आधार पर एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन सारणी बनाइए।

हल : निम्नतम आँकड़ा = 1

© JCERT not to be republished

उच्चतम आँकड़ा = 3.5

परिसर = 3.5 − 1.0 = 2.5

वर्ग	मिलान चिन्ह	बारंबारता
1.0 − 1.5	𝍸	5
1.5 − 2.0	𝍸 ‖|	8
2.0 − 2.5	𝍸 𝍸	10
2.5 − 3.0	𝍸		6
3.0 − 3.5		0
3.5 − 4.0			1
कुल		**30**

वर्ग- चिन्ह (Class mark) :

उच्च वर्ग सीमा एवं निम्न वर्ग–सीमा के औसत को वर्ग–चिन्ह (Class Mark) कहते हैं।

$$\text{वर्ग चिन्ह} = \frac{\text{निम्न वर्ग सीमा} + \text{उच्च वर्ग सीमा}}{2}$$

उदाहरण 6 : वर्ग अंतराल 10–20 का वर्ग चिन्ह बताइए।

हल : निम्न वर्ग सीमा = 10

उच्च वर्ग सीमा = 20

$$\therefore \quad \text{वर्ग चिन्ह} = \frac{\text{निम्न वर्ग सीमा} + \text{उच्च वर्ग सीमा}}{2}$$

$$= \frac{10 + 20}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

उदाहरण 7 : वर्ग अंतराल 2.0–2.5 का वर्ग चिन्ह बताइए।

हल : निम्न वर्ग सीमा = 2.0

उच्च वर्ग सीमा = 2.5

$$\text{वर्ग चिन्ह} = \frac{\text{निम्न वर्ग सीमा} + \text{उच्च वर्ग सीमा}}{2}$$

$$= \frac{2.0 + 2.5}{2} = \frac{4.5}{2} = 2.25$$

© NCERT not to be republished

आँकड़ों का निरूपण (Representation of Data) :

आँकड़ों का निरूपण निम्न रूप में किया जाता है।

1. चित्रालेख (pietograph)
2. दंड आलेख (Bar Graph)
3. द्विदंड आलेख (Double Bar Graph)
4. आयत चित्र (Histogeam)
5. वृत्त चार्ट या पाई चार्ट (Pie Chart/Circle Chart)

1. **चित्रालेख (Pictograph)** : आँकड़ों का निरूपण चित्रों की सहायता से किया जाता है। पिछली कक्षा में हमने सीखा है। आइए एक उदाहरण की सहायता से इसको दुहरावें।

उदाहरण 8 : किसी पार्क में विभिनन प्रकार के पेड़ों की सूचि निम्नवत है।

आम के पेड़ – 20, कटहल के पेड़–10, जामुन के पेड़–5, बरगद के पेड़–15

उपर्युक्त आँकड़ों को एक चित्रालेख के माध्यम से दिखाइए।

हल :

पेड़	**संख्या**	**चित्रालेख** चित्र = **5 पेड़**
आम के पेड़	20	**चित्र**
कटहल के पेड़	10	**चित्र**
जामुन के पेड़	5	**चित्र**
बरगद के पेड़	15	**चित्र**

उदाहरण 8 : किसी विद्यालय में वर्ग 6 से 8 में विद्यार्थियों की संख्या निम्नलिखित चित्रालेख से दिखाया गया है।

चित्र = 10 विद्यार्थी

वर्ग	**विद्यार्थियों की संख्या**
VI	**चित्र**
VII	**चित्र**
VIII	**चित्र**

© JCERT not to be republished

उपरोक्त चित्रालेख के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) उक्त विद्यालय में वर्ग 6 से 8 में किस कक्षा में सर्वाधिक विद्यार्थी है?

(*ii*) वर्ग 8 और वर्ग 6 के विद्यार्थियों के संख्या का क्या अनुपात है?

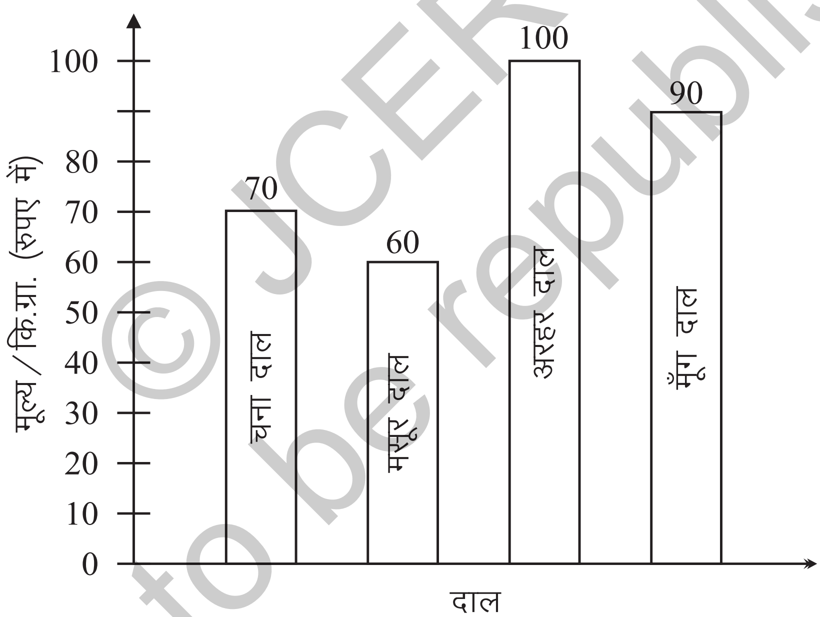
हल : (*i*) वर्ग 6 में सर्वाधिक विद्यार्थी है।

(*ii*) वर्ग 8 और वर्ग 6 के विद्यार्थियों के संख्या का अनुपात 3 : 5 है।

दंड आलेख (Bargraph) :

यदि आँकड़ों को एक समान चौड़ाई के क्षैतिज या उर्ध्वाधर दण्ड के रूप में निरूपित किया जाए तो उसे आँकड़ों का दण्डालेख (Bar graph) कहते हैं। आइए इसे भी एक उदाहरण की सहायता से समझते हैं।

उदाहरण 9 : किसी माह विभिन्न दामों के कीमत (रु में) निम्नलिखित दइंडालेख के द्वारा दिखाए गए हैं।



उपरोक्त दंडालेख के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) कौन–सी कीमत सबसे महँगी है?

(*ii*) कौन–सी कीमत सबसे सस्ती है?

(*iii*) अरहर दाम और मूँग की कीमत के मूल्य में कितना अंतर है?

हल : (*i*) अरहर दाल (*ii*) मसूर दाल (*iii*) 10 रु

© JCERT not to be republished

उदाहरण 10 : रमेश की परीक्षा में विभिन्न विषयों में प्राप्तांक (100 रु) निम्नलिखित हैं।

विषय	हिन्दी	गणित	अंग्रेजी	विज्ञान	सा. वि.
रमेश	50	40	40	60	70

उपरोक्त आँकड़ों से एक दण्डालेख बनाइए एवं निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

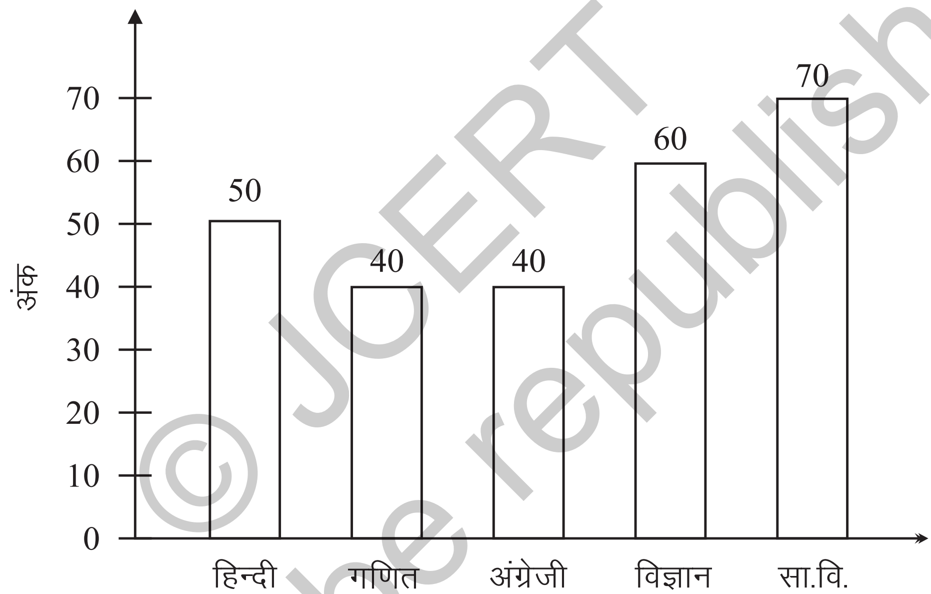
(*i*) किस विषय में सर्वाधिक अंक प्राप्त हुए?

(*ii*) कुल कितने अंक प्राप्त हुए?

(*iii*) रमेश को कुल कितने प्रतिशत अंक प्राप्त हुए?

(*iv*) रमेश को गणित में कितने प्रतिशत अंक प्राप्त हुए?

हल :



(*i*) सा. वि. में सर्वाधिक अंक प्राप्त हुए।

(*ii*) 260

(*iii*) 52%

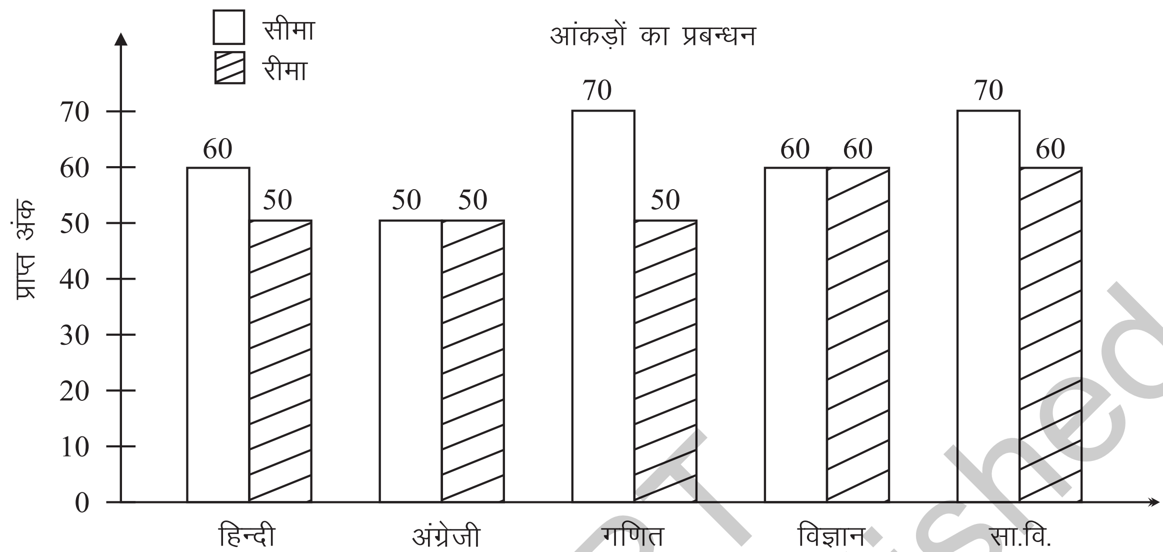
(*iv*) 40%

द्विदंड आलेख / दोहरा दंड आलेख (Double bargraph) :

जब हम आँकड़ों में तुलना करने की जरूरत होती है तो इसे दंडालेख से प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है। ऐसी स्थिति में द्विदंड आलेख या दोहरा दंड आलेख का प्रयोग करते हैं। आइए इसे भी एक उदाहरण की सहायता से समझते हैं।

© JCERT not to be republished

उदाहरण 11 : सीमा और रीमा के विभिन्न विषयों में प्रापत अंकों को निम्न द्विदंडालेख के द्वारा दिखाया गया है।



उपरोक्त द्विदंड के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) किन विषयों में सीमा एवं रीमा के अंक समान हैं?

(*ii*) किन विषयों में सीमा का प्रदर्शन रीमा से ज्यादा अच्छा है।

हल :

(*i*) अंग्रेजी और विज्ञान में सीमा एवं रीमा के बराबर अंक आए।

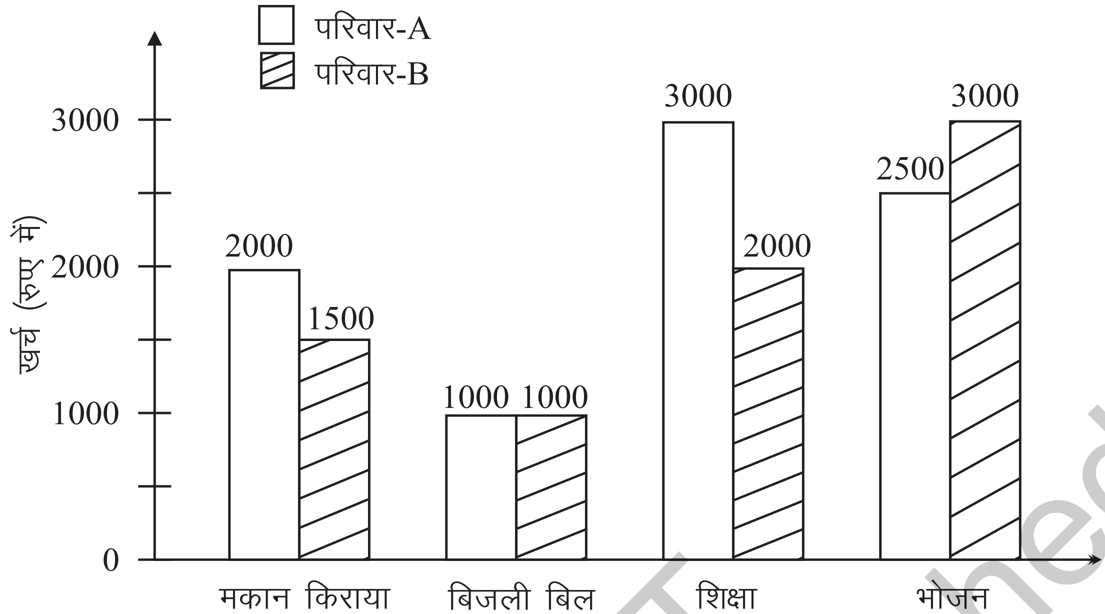
(*ii*) हिन्दी, गणित और सा. वि. में सीमा का प्रदर्शन रीमा से ज्यादा अच्छा है।

उदाहरण 12 : दो परिवारों के विभिन्न मदों में मासिक खर्च निम्नलिखित हैं।

परिवार	मकान किराया	बिजली बिल	शिक्षा	भोजन
परिवार A	2000	1000	3000	2500
परिवार B	15000	1000	2000	3000

उपरोक्त आँकड़ों के आधार पर एक द्विदंड आलेख बनाइए।

© JCERT not to be republished



प्रश्नावली 16.1

1. किसी गाँव में लोगों द्वारा आवागमन के साधन किये जाने का एक सारणी द्वारा दिखाया गया है। उपर्युक्त संकेतों (चित्रों) का प्रयोग करते हुए एक चित्रालेख बनाएँ।

यातायात के साधन	**साइकिल**	**मोटर साइकिल**	**स्कूटी**	**कार**
गाँव वालों की सं.	300	250	200	50

2. वर्ग अन्तराल 20 – 30 का वर्ग चिन्ह (Class Mark) निकालिए।

3. वर्ग अन्तराल 1.0 – 1.5 की माप (Size) बताइए।

4. अमित द्वारा विभिन्न विषयों में प्राप्त अंक को निम्नलिखित सारणी में दिखाया गया है।

विषय	**हिन्दी**	**अंग्रेजी**	**गणित**	**विज्ञान**	**सा. वि.**
प्राप्तांक	60	50	50	60	70

उपरोक्त सारणी के आधार पर एक दंडालेख बनाइए।

5. दो विद्यालयों के वर्ग 8 के परीक्षाफल निम्नलिखित हैं।

श्रेणी	**प्रथम**	**द्वितीय**	**तृतीय**	**मारजीनल (marginal)**
विद्यालय A	50	30	5	2
विद्यालय B	40	40	10	5

© JCERT not to be republished

उपरोक्त सारणी के अनुसार एक दोहरा दंडालेख (Double Barraph) बनाइए एवं निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) विद्यालय A के कितने विद्यार्थी परीक्षा दिए थे?

(*ii*) किस विद्यालय में ज्यादा प्रथम श्रेणी से उत्तीर्ण हुए?

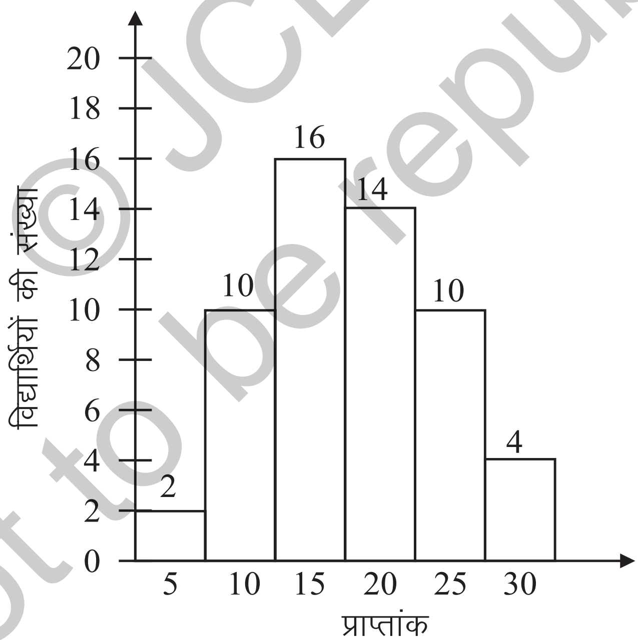
(*iii*) विद्यालय एवं विद्यालय में कितने–कितने प्रतिशत विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए?

(Marginal को अनुत्तीर्ण समझा जाए)

आयतचित्र (Histogram) :

आयतचित्र वह आलेखीय निरूपण है, जिसमें वर्ग–अंतराल क्षैतिज अक्ष पर एवं दंड की लंबाई वर्ग–अंतराल की बारंबारता दर्शाती है। यहाँ दंडों के बीच कोई रिक्तता नहीं होती है (याद करें दंडालेख में दंडों के बीच समान दूरी होती है) आइए इसे एक उदाहरण की सहायता से समझते हैं।

उदाहरण 13 : वर्ग VIII में गणित की यूनिट टेस्ट लिया गया। विद्यार्थियों को प्राप्त अंक (30 अंक में से) के आधार पर निम्नलिखित आयतचित्र बनाया गया है।



उपरोक्त आयतचित्र के आलोक में निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) कितने विद्यार्थियों को 50% से अधिक अंक आए?

(*ii*) कितने विद्यार्थियों को 50% से कम अंक आए?

© JCERT not to be republished

हल : (*i*) 50% अंक, अर्थात 15 अंक से अधिक 28 विद्यार्थियों को आए।

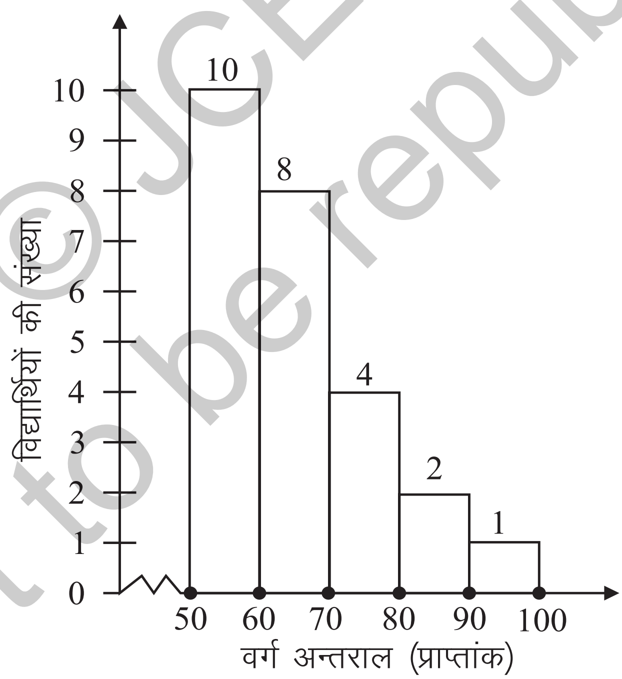
(*ii*) 28 विद्यार्थियों को 50% से कम अंक आए।

उदाहरण 14 : वर्ग VIII की गणित की परीक्षा में सभी विद्यार्थियों को 50 या उससे अधिक अंक आए (कुल अंक – 100) जो निम्नलिखित सारणी में दर्शाए गए हैं।

वर्ग अंतराल (प्राप्त अंक)	विद्यार्थियों की संख्या
50 – 60	10
60 – 70	8
70 – 80	4
80 – 90	2
90 – 100	1

उपरोक्त सारणी के आधार पर एक आयतचित्र बनाइए।

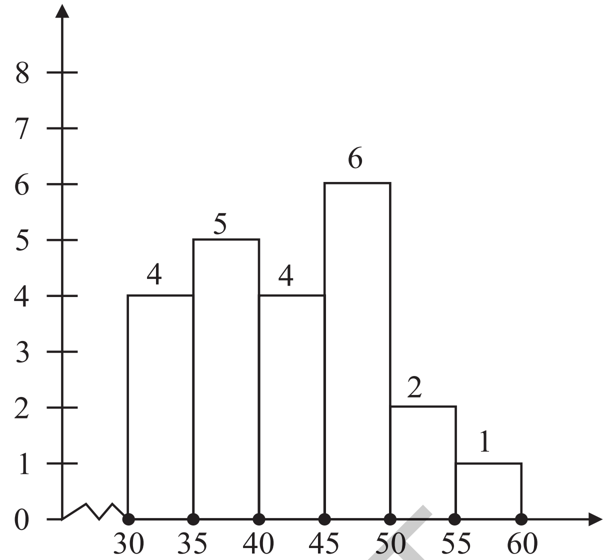
हल :



(**नोट** : $\mathcal{M}$ यह बताता है कि 0 से 50 तकि की दूरी क्षैतिज रेखा पर नहीं दिखाया गया है।)

© JCERT not to be republished

उदाहरण 15 : किसी विद्यालय के शिक्षकों की उम्र निम्नलिखित आयतचित्र द्वारा दर्शाया है।



उपरोक्त आयतचित्र के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) 50 वर्ष से अधिक उम्र के कितने शिक्षक हैं?

(*ii*) 40 वर्ष से कम उम्र के कितने शिक्षक हैं?

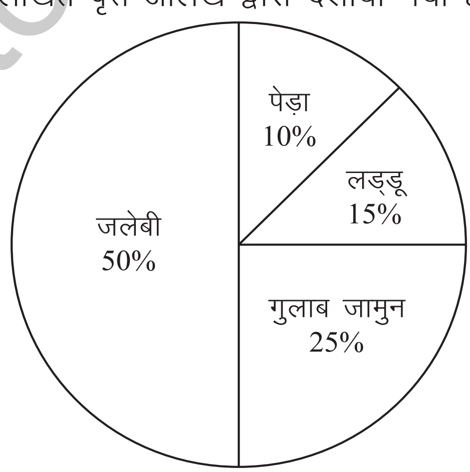
हल : (*i*) 50 से अधिक उम्र के 3 शिक्षक हैं।

(*ii*) 40 वर्ष से कम उम्र के 9 शिक्षक हैं।

वृत्त आलेख या पाई चार्ट (Circle Graph/Pie Chart) :

आँकड़ों को वृत्तीय रूप से वृत्त आलेख द्वारा निरूपित किया जाता है। एक वृत्त आलेख एक सम्पूण ा और उसके मार्गों में संबंध दर्शाता है। आइए एक उदाहरण की सहायता से वृत्त आलेख को समझते हैं।

उदाहरण 16 : किसी कक्षा के 40 विद्यार्थियों द्वारा पसंद किए जाने वाले मिठाईयों के आँकड़ों को निम्नलिखित वृत्त आलेख द्वारा दर्शाया गया है।



© JCERT not to be republished

उपरोक्त वृत्त आलेख के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) कितने विद्यार्थी जलेबी पसंद करते हैं?

(*ii*) कितने विद्यार्थी पेड़ा पसंद करते हैं?

(*iii*) कितने विद्यार्थी लड्डू पसंद करते हैं?

(*iv*) कितने विद्यार्थी गुलाब जामुन पसंद करते हैं?

हल : (*i*) जलेबी पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 40 का 50%

$$= 40 \times \frac{50}{100} = 20$$

(*ii*) पेड़ा पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 40 का 10%

$$= 40 \times \frac{10}{100} = 4$$

(*iii*) लड्डू पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्य = 40 का 15%

$$= 40 \times \frac{15}{100} = 6$$

(*iv*) गुलाब जामुन पसंद करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 40 का 25%

$$= 40 \times \frac{25}{100} = 10$$

वृत्त आलेख / पाई चार्ट बनाना

आइए एक उदाहरण की सहायता से हम पाई चार्ट बनाना सिखते हैं।

उदाहरण 17 : किसी कक्षा के 50 विद्यार्थियों के विभिन्न विषयों के पसंद करने वालों की संख्या निम्नवत है।

विषय	हिन्दी	सा. वि.	अंग्रेजी	विज्ञान	गणित
विद्यार्थियों की संख्या	15	15	10	5	5

उपरोक्त आँकड़ों से एक पाई चार्ट बनाइए।

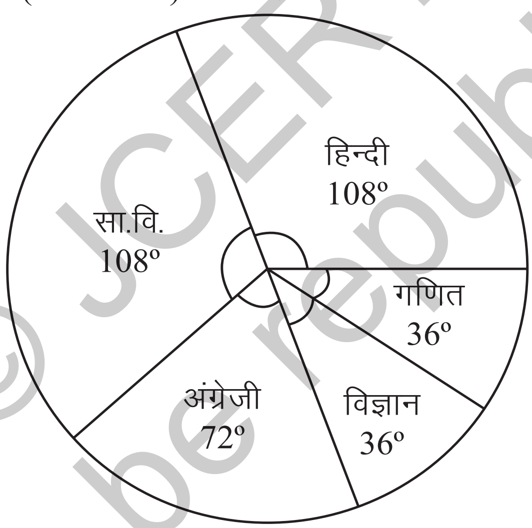
हल : हम जानते हैं कि वृत्त के केन्द्र का संपूर्ण कोण 360° होता है। तथा त्रिज्यखंडों के केंद्रीय कोण (Central Angle 360°) के भाग होते हैं)

विषय	विद्यार्थियों की संख्या	सम्पूर्ण का भाग	त्रिज्याखंड का कोण
हिन्दी	15	$\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$	360° का $\frac{3}{10}$ = 108°

© JCERT not to be republished

सा. विज्ञान	15	$\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$	360° का $\frac{3}{10} = 108^\circ$
अंग्रेजी	10	$\frac{10}{50} = \frac{1}{5}$	360° का $\frac{1}{5} = 72^\circ$
विज्ञान	5	$\frac{5}{10} = \frac{1}{10}$	360° का $\frac{1}{10} = 36^\circ$
गणित	5	$\frac{5}{10} = \frac{1}{10}$	360° का $\frac{1}{10} = 36^\circ$
कुल	50	1	360°

(एक सुविधाजनक त्रिज्या लेकर एक वृत्त की रचना करेंगे। वृत्त के किसी त्रिज्या पर चाँद (Protractor) की सहायता से केन्द्र पर संबंधित कोण बनाएँगे।)



उदाहरण 18 : किसी विद्यालय में विभिन्न माध्यमों (भाषा) के विद्यार्थियों की संख्या निम्नवत हैं।

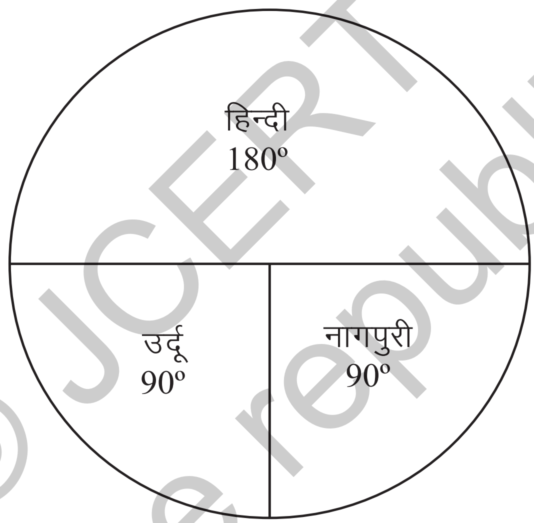
भाषा	**भाषा माध्यम का प्रतिशत**
हिन्दी	50%
उर्दू	25%
नागपुरी	25%

उपरोक्त आँकड़ों के आधार पर एक पाई चार्ट बनाइए।

© JCERT not to be republished

हल :

भाषा	प्रतिशत	सम्पूर्ण का भाग	त्रिज्यखंड का कोण
हिन्दी	50%	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$	360° का $\frac{1}{2} = 180^\circ$
उर्दू	25%	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	360° का $\frac{1}{4} = 90^\circ$
नागपुरी	25%	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	360° का $\frac{1}{4} = 90^\circ$



© JCERT not to be republished

प्रश्नावली 16.2

1. किसी विद्यालय में शिक्षकों के उम्र निम्नलिखित सारणी में दर्शाए गए हैं।

उम्र	शिक्षकों की संख्या
25 – 30	5
30 – 35	4
35 – 40	6
40 – 45	3
45 – 50	2

उपरोक्त आँकड़ों के आधार पर एक आयतचित्र बनाइए।

2. निम्नलिखित बारंबारता बंटन सारणी के आधार पर एक आयत चित्र बनाइए।

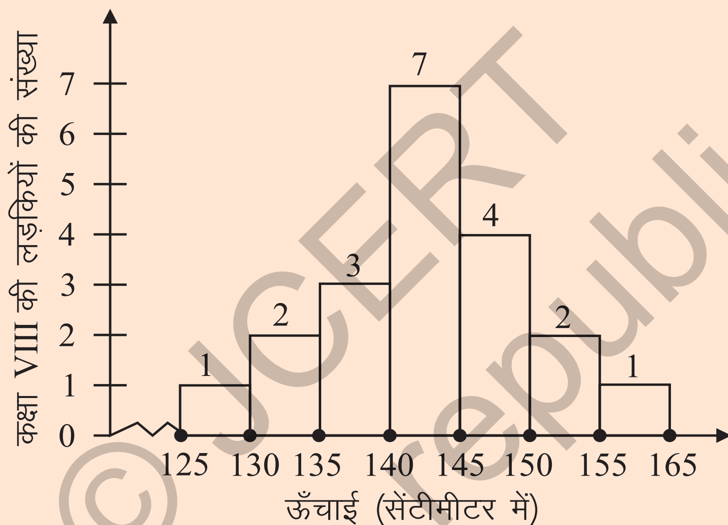
वर्ग अंतराल	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
बारंबारता	5	4	4	3	2

3. किसी कक्षा के 20 विद्यार्थियों द्वारा एक टेस्ट में (पूर्णांक 20 में से) निम्नलिखित अंक प्राप्त किए।

10, 11, 12, 14, 10, 12, 15, 16, 15, 18, 12, 11, 10, 10, 10, 12, 11, 12, 18, 18

उपरोक्त आँकड़ों से मिलान–चिन्ह का प्रयोग करते हुए एक बारंबारता बंटन सारणी बनाइए एवं एक आयतचित्र भी बनाइए।

4. कक्षा VIII के लड़कियों की ऊँचाई निम्नलिखित आयतचित्र द्वारा दर्शाया गया है।



उपरोक्त आयतचित्र के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) किस वर्ग (वर्ग – अंतराल) में अधिकतम लड़कियाँ हैं?

(*ii*) कितनी लड़कियों की लंबाई 145 cm या उससे अधिक हैं?

(*iii*) यदि हम लड़कियों को निम्नलिखि तीन श्रेणियों में विभाजित करें, तो प्रत्येक में कितनी लड़कियाँ होंगी?

150 cm या उससे अधिक – समूह A

140 cm या उससे अधिक परंतु 150 cm से कम – समूह B

140 cm से कम

5. किसी फैक्ट्री में 30 श्रेणियों की दैनिक मजदूरी (रूपयों में) निम्नलिखित हैं।

400, 450, 300, 350, 400, 400, 300, 350, 450, 500, 350, 350, 400, 450, 300, 550, 300,

© JCERT not to be republished

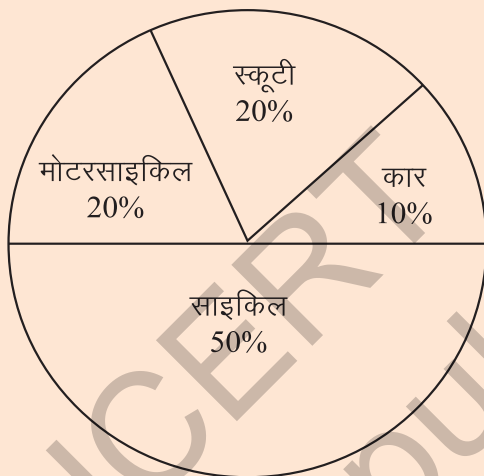
300, 300, 400, 400, 450, 350, 350, 450, 450, 300, 300, 500, 500

उपरोक्त आँकड़ों के आधार पर एक आयतचित्र बनाइए एवं निम्नलिखि प्रश्नों के उत्तर दीजिए। (वर्ग–अंतराल 300–350, 350–500 इत्यादि कीजिए।)

(*i*) कितने श्रमिकों को 500 रु या उससे अधिक दैनिक मजदूरी मिलती है?

(*ii*) कितने श्रमिकों को 450 रु से कम मजदूरी मिलती है?

6. किसी गाँव में विभिन्न वाहनों के संख्या के प्रतिशत को निम्नलिखित पाई चार्ट द्वारा व्यक्त किया गया।



उपरोक्त पाई चार्ट के आधार पर निम्नलिखित प्रश्न के उत्तर दीजिए।

(*i*) यदि कुल कारों की संख्या 50 है तो गाँव में कुल कितने वाहन हैं?

(*ii*) सर्वाधिक व्यक्ति किस वाहन का प्रयोग करते हैं?

(*iii*) मोटर साइकिल का प्रयोग करने वालों की संख्या बताइए?

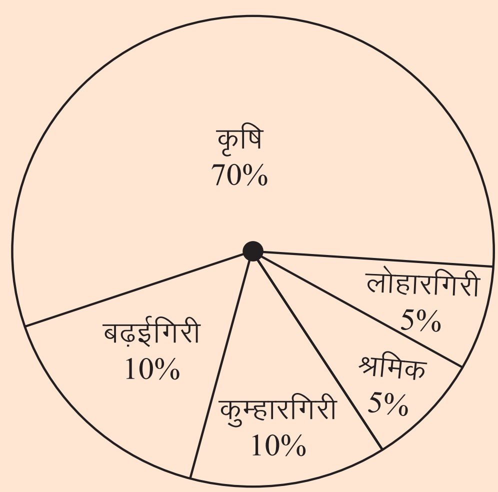
7. किसी गाँव के पुरूषों के मुख्य व्यवसाय को संलग्न पाई चार्ट द्वारा दर्शाया गया है।

संलग्न पाई चार्ट के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) यदि श्रमिकों की संख्या 50 है तो कुल पुरूषों की संख्या कितनी है।

(*ii*) कृषि कार्य में लगे पुरूषों की संख्या बताइए।

(*iii*) कृषि छोड़कर अन्य व्यवसाय में लगे पुरूषों की संख्या कितनी है?



© JCERT not to be republished

8. किसी शहर के युवा व्यक्तियों के एक समूह का यह जानने के लिए एक सर्वे किया गया कि वे किस प्रकार का संगीत पसंद करते हैं। इनसे प्राप्त आँकड़े निम्नलिखित सारणी में व्यक्त किए गए हैं।

संगीत	युवाओं की संख्या
शास्त्रीय	20
लोक	60
उपशास्त्रीय	40
मनोरंजक	80

उपरोक्त आँकड़ों के आधार पर एक पाई चार्ट बनाइए।

9. किसी विद्यालय के 500 विद्यार्थियों से उनके पसंद के खेलों की जानकारी ली गई। उनके पसंद को निम्नलिखित सारणी में व्यक्त किया गया।

खेल	विद्यार्थियों की संख्या का प्रतिशत
क्रिकेट	40%
कबड्डी	20%
फुटबॉल	30%
हॉकी	10%

उपरोक्त सारणी के आधार पर एक पाई चार्ट बनाइए एवं निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) कितने विद्यार्थी क्रिकेट खेलना पसंद करते हैं?

(*ii*) कबड्डी खेलने वाले एवं फुटबॉल खेलने वाले विद्यार्थियों का अनुपात क्या है?

10. किसी शहर में विभिन्न भाषाएँ (मुख्य भाषा) बोलने वालों को निम्नलिखित सारणी में दिखाया गया है।

भाषा	भाषा बोलने वालों का प्रतिशत
हिन्दी	70%
उर्दू	10%
नागपुरी	15%
अन्य	5%

© JCERT not to be republished

उपरोक्त सारणी के आधार पर एक पाई चार्ट बनाइए एवं निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(*i*) यदि हिन्दी बोलने वालों की संख्या 140000 है तो उस शहर की कुल जनसंख्या क्या है?

(*ii*) नागपुरी बोलने वालों की संख्या उर्दू बोलने वालों से कितनी अधिक है?

(*iii*) नागपुरी बोलने वालों एवं अन्य भाषा बोलने वालों का अनुपात क्या है?

संयोग और प्राथिकता (Change and Probability)

हमें ऐसी अनेक स्थितियों का सामना करना पड़ता है, जहाँ हमें संयोग (Change) का सहारा लेना पड़ता हैं।

जब हम टिकट खरीदते हैं और यदि वह प्रतीक्षा सूची में है, तो हम आशा करते हैं कि यात्रा करने के समय संभवतः सीट आरक्षित हो जाए। यह महज एक संयोग है।

या दृच्छ/यादृच्दि प्रयोग (Random Experiment)

जब हम सिक्का उछालते हैं तो सिर्फ दो ही संभावित परिणाम (Outcomes) हो सकते हैं – चित (Heat) या पट (Tail)। यहाँ सिक्का उछालना एक यादृच्छ प्रयोग (Random Experiment) है एवं चित और पट इस प्रयोग के दो परिणाम (Outcomes) हैं। जब हम पासे फेंकते (यादृच्छ प्रयोग) हैं तो इसके छः संभावित परिणाम हो सकते हैं।

सम संभावित परिणाम (Equally likely outcome) :

जब सभी में से प्रत्येक परिणाम के आने का संयोग (Chance) एक ही हो, तो प्रयोग के विभिन्न परिणाम सम संभावित या समप्रायिक परिणाम (equally likely outcomes) कहलाते हैं।

जब एक पासे को बड़ी संख्या में फेंका जाता है तो छः परिणामों में से प्रत्येक की संख्या परस्पर लगभग बराबर हो जाती है।

घटना (Event) :

एक प्रयोग के प्रत्येक परिणाम या परिणामों का संग्रह एक घटना (Event) है। उदाहरणार्थ, एक सिक्के को उछालने में चित प्राप्त करना एवं पट प्राप्त करना दोनों ही घटना हैं। एक पासे को फेंकने की स्थिति में, परिणामों 1, 2, 3, 4, 5 और 6 में से प्रत्येक परिणाम प्राप्त करना एक घटना हैं।

प्रायिकता (Probability) :

एक पासे को फेंकने पर 1 से लेकर 6 तक कोई भी संख्या आ सकती है। अतः कुल परिणाम 6 होंगे। इन 6 परिणामों में से 1 आने की प्रायिकता (संभावना) क्या हो सकती है। निश्चित रूप से कुल 6 परिणामों में से एक।

© JCERT not to be republished

अर्थात्

$$\text{संख्या 1 आने की प्रायिकता} = \frac{1}{6}$$

$$\text{इसी तरह संख्या 3 आने की प्रायिकता} = \frac{1}{6}$$

अतः

$$\text{प्रायिकता} = \frac{\text{उन परिणामों की संख्या जो घटना बनाते है}}{\text{प्रयोग के परिणामों की कुल संख्या}}$$

उदाहरण 19 : एक पासा फेंकने पर सम संख्या आने की प्रायिकता बताइए?

हल : $\text{सम संख्या आने की प्रायिकता} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

उदाहरण 20 : सिक्के के उछालने पर चित आने की प्रायिकता क्या है?

हल : $\text{चित आने की प्रायिकता} = \frac{1}{2}$

उदाहरण 21 : एक थैले में 4 सफेद और 5 नीली गेंद हैं। उसे अच्छी तरह मिला दिया गया उसके बाद निम्न एक गेंद निकाली गई। उसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(*i*) हरी गेंद की (*ii*) सफेद गेंद की

(*iii*) नीली गेंद की

हल : (*i*) हरी गेंद की प्रायिकता = 0

(*ii*) $\text{सफेद गेंद की प्रायिकता} = \frac{4}{9}$

(*iii*) $\text{नीली गेंद की प्रायिकता} = \frac{5}{9}$

प्रश्नावली 16.3

1. निम्नलिखित प्रयोगों का परिणाम लिखिए।

(*i*) एक पासे को फेंकना

(*ii*) एक थैले में से हरी गेंद निकालना, जिसमें 4 नीली गेंद एवं 3 हरी गेंद हैं।

(*iii*) एक थैले में से एक संतरा निकालना जिसमें 2 संतरा और 2 सेब हैं।

(*iv*) एक सिक्के को उछालना

© JCERT not to be republished

JEPC Reference Book for Free Distribution : 2022-23

2. जब एक पासे को उछाला जाता है, तब निम्नलिखित प्रत्येक घटना से प्राप्त होने वाले परिणाम लिखिए।

(*i*) संख्या एक सम संख्या

(*ii*) एक विषम संख्या

(*iii*) एक आभाज्य संख्या

3. 10 पृथक पर्चियों पर 1 से 10 तक संख्याएँ लिखी हुई हैं? (एक पर्ची पर एक संख्या), उन्हें एक बॉक्स में रखकर अच्दी प्रकार से मिला दिया जाता है। अंदर से बिना देखे एक पर्ची निकाली जाती है। निम्नलिखित की प्रायिकता क्या है?

(*i*) संख्या 6 प्राप्त करना

(*ii*) 6 से छोटी एक संख्या

(*iii*) 5 से बड़ी एक संख्या

(*iv*) 7 से बड़ी एक संख्या

(*v*) 1 अंक की एक संख्या

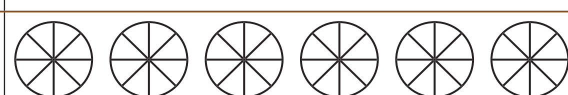
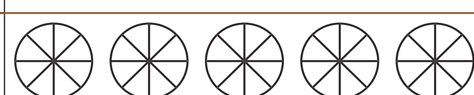
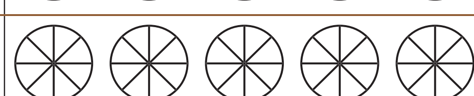
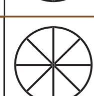
4. यदि आपके पास 4 लाल त्रिज्याखंड, 2 नीला त्रिज्याखंड और एक 2 हरा त्रिज्याखंड वाला एक घूमने वाला पहिया है तो एक लाल त्रिज्याखंड प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है?

© JCERT not to be republished

उत्तरमाला

प्रश्नावली 16.1

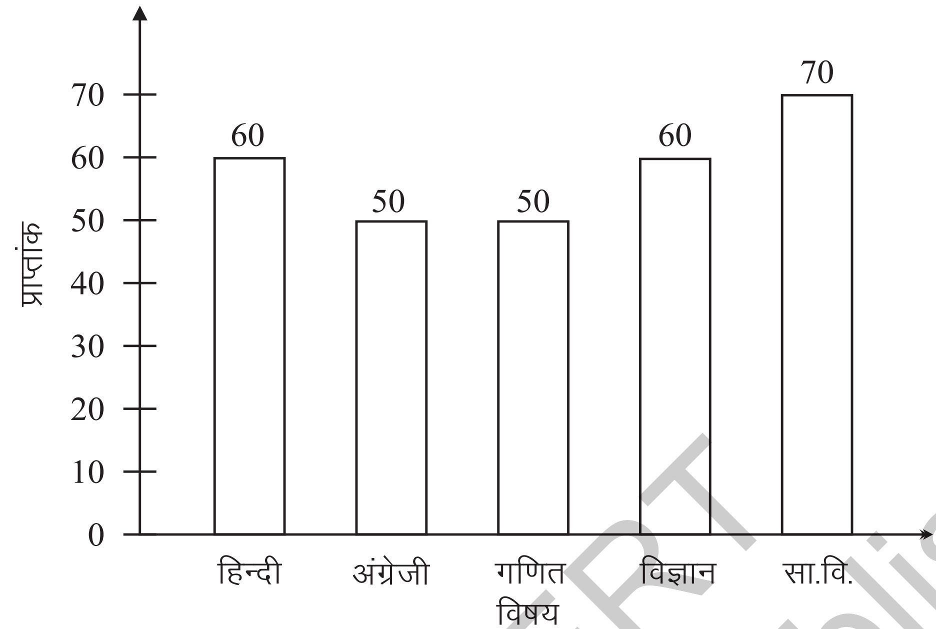
1.

यातायात के साधन	**वाहनों की संख्या** चित्र = **50 वाहनों**
साइकिल	
मोटर साइकिल	
स्कूटी	
कार	

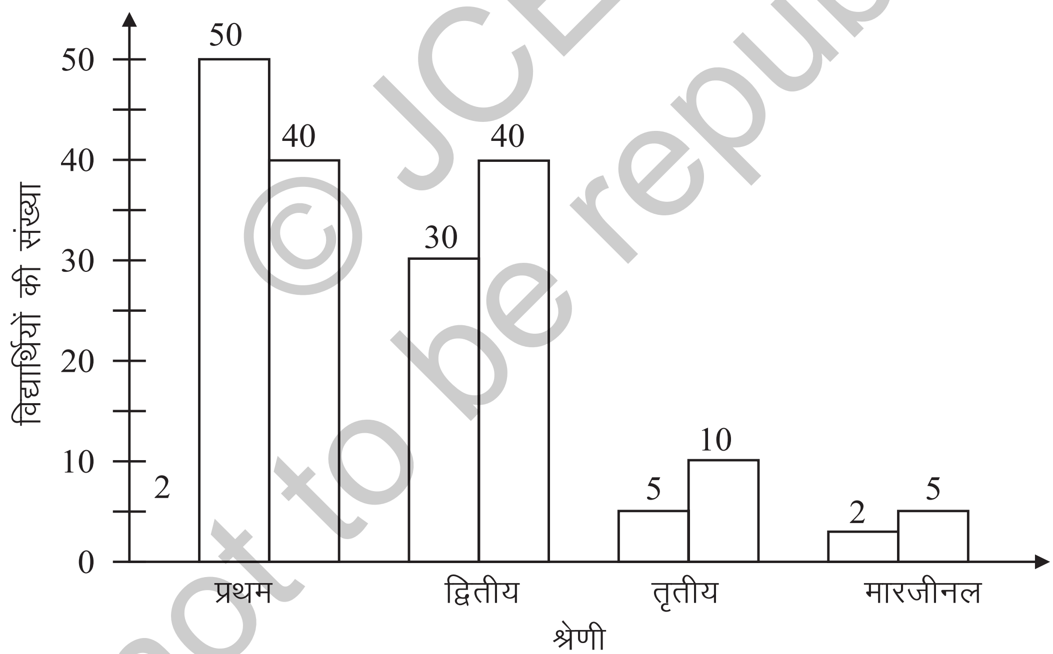
2. 25

3. 0.5

4.



5.



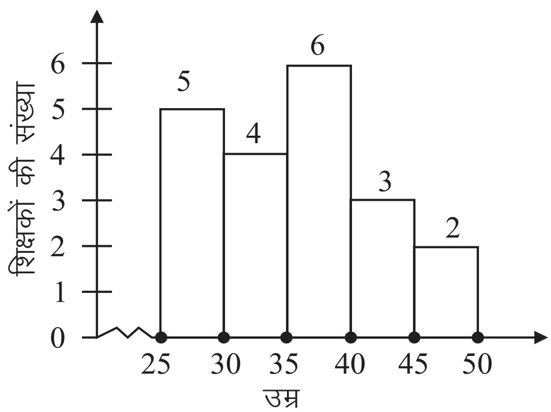
(*i*) 85 (*ii*) विद्यालय A

(*iii*) विद्यालय A – 97.7%, विद्यालय B – 94.7%

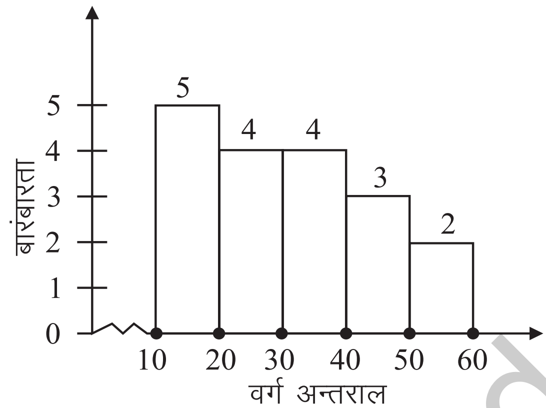
© JCERT not to be republished

प्रश्नावली 16.2 :

1.

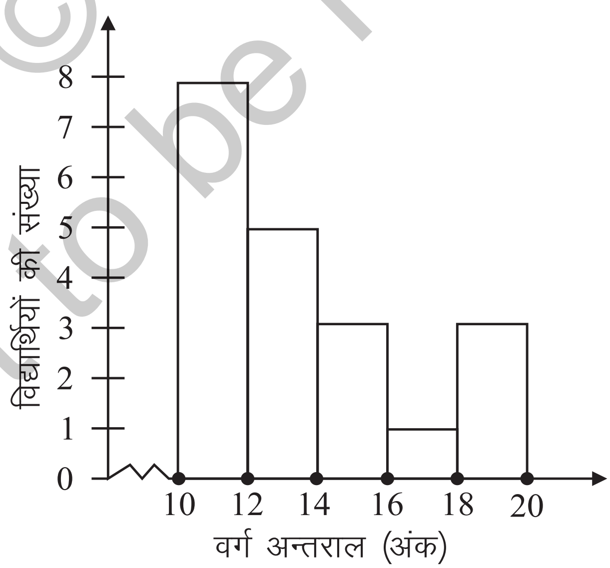


2.



3.

वर्ग–अन्तराल	मिलान–चिन्ह	विद्यार्थियों की संख्या
10 – 12	~~||||~~ |||	8
12 – 14	~~||||~~	5
14 – 16	|||	3
16 – 18	|	1
18 – 20	|||	3

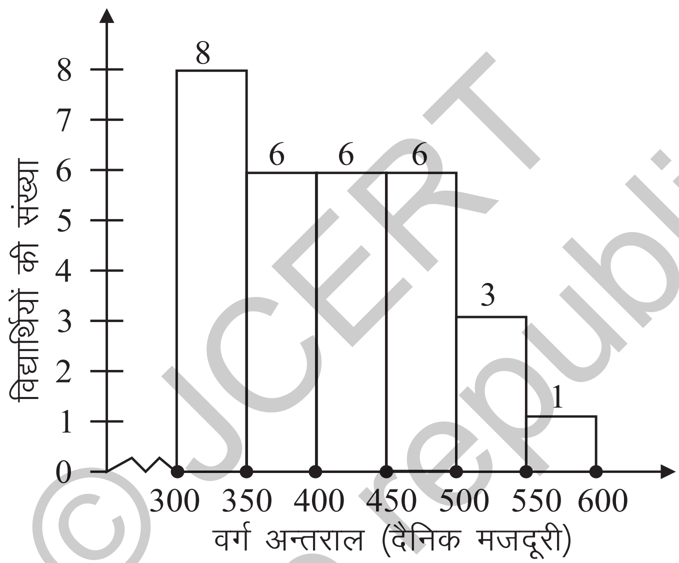


4. (*i*) 140 – 145 (*ii*) 7 (*iii*) समूह A – 3, समूह B – 11, समूह C – 6

© JCERT not to be republished

5.

वर्ग–अन्तराल	मिलान–चिन्ह	श्रमिकों की संख्या
300 – 350	~~||||~~ |||	8
350 – 400	~~||||~~ |	6
400 – 450	~~||||~~ |	6
450 – 500	~~||||~~ |	6
500 – 550	|||	3
550 – 600	|	1



(*i*) 4 (*ii*) 20

6. (*i*) 500 (*ii*) साइकिल (*iii*) 100

7. (*i*) 1000 (*ii*) 700 (*iii*) 300

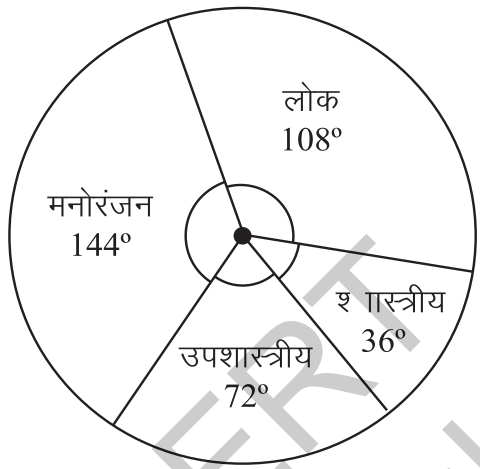
8.

संगीत	युवाओं की संख्या	संपूर्ण का भाग	त्रिज्यखंड के कोण
शास्त्रीय	20	$\frac{20}{200} = \frac{1}{10}$	360° का $\frac{1}{10} = 36^\circ$
लोक	60	$\frac{60}{200} = \frac{3}{10}$	360° का $\frac{3}{10} = 108^\circ$

© JCERT not to be republished

JEPC Reference Book for Free Distribution : 2022-23

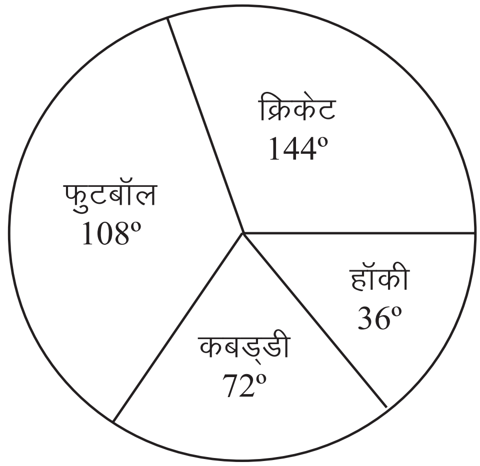
उपशास्त्रीय	40	$\frac{40}{200} = \frac{1}{5}$	360° का $\frac{1}{5} = 72^\circ$
मनोरंजक	80	$\frac{80}{200} = \frac{2}{5}$	360° का $\frac{2}{5} = 144^\circ$
कुल	**200**	**1**	**360°**



9.

खेल	विद्यार्थियों का प्रतिशत	विद्यार्थियों की संख्या	संपूर्ण का भाग	त्रिज्यखंड के कोण
क्रिकेट	40%	500 का 40% = 200	$\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$	360° का $\frac{2}{5} = 144^\circ$
कबड्डी	20%	500 का 20% = 100	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	360° का $\frac{1}{5} = 72^\circ$
फुटबॉल	30%	500 का 30% = 150	$\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$	360° का $\frac{3}{10} = 108^\circ$
हॉकी	10%	500 का 10% = 50	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	360° का $\frac{1}{10} = 36^\circ$

© JCERT not to be republished



(*i*) 200 (*ii*) 2 : 5

10.

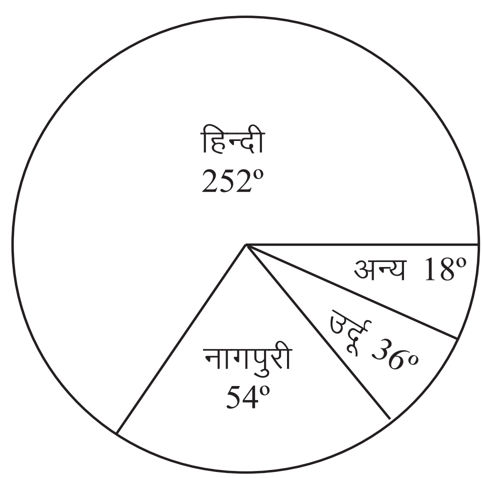
भाषा	भाषा बोलने वालों का प्रतिशत	संपूर्ण का भाग	त्रिज्यखंड के कोण
हिन्दी	70%	$\frac{70}{100} = \frac{7}{10}$	360° का $\frac{7}{10} = 252^\circ$
उर्दू	10%	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	360° का $\frac{1}{10} = 36^\circ$
नागपुरी	15%	$\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$	360° का $\frac{3}{20} = 54^\circ$
अन्य	5%	$\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$	360° का $\frac{1}{20} = 18^\circ$

(*i*) 200000 (Hint : $140000 \times \frac{100}{70}$)

(*ii*) 10000 (200000 का 15% = 30000)

(200000 का 10% = 20000)

(*iii*) 3 : 1 ($\frac{15}{5}$ = 3 : 1)



© JCERT not to be republished

प्रश्नावली 16.3 :

1. (*i*) 1, 2, 3, 4, 5, 6 (*ii*) G1, G2, G3

   (*iii*) 01, 02 (*iv*) चित, पट

2. (*i*) 2, 4, 6 (*ii*) 1, 3, 5 (*iii*) 1, 2, 3, 5

3. (*i*) $\frac{3}{5}$ (*ii*) $\frac{1}{2}$ (*iii*) $\frac{2}{5}$ (*iv*) $\frac{3}{10}$

   (*v*) $\frac{9}{10}$

4. $\frac{1}{2}$

© JCERT not to be republished

आलेखों से परिचय

हम सिखेंगे

- निर्देशांक अक्ष
- बिंदु का निर्देशांक
- पाद या चतुर्थांश
- बिंदु का आलेखन

सिखने के प्रतिफल

- दुकानदार की प्रत्येक दिन की बिक्री, विद्यालय में विद्यार्थियों की उपस्थिति, रोगी का तापमान अलग-अलग समय में आदि जानकारियों को ग्राफ पेपर पर अच्छी तरह प्रस्तुत कर सकते हैं।

भूमिका :

दैनिक जीवन में हम तरह-तरह के संख्यात्मक तथ्य अथवा आंकड़ों से रूबरू होते हैं। संख्यात्मक तथ्य अथवा आंकड़ों को हम वर्गीकृत भी करते हैं। किंतु आंकड़ों द्वारा तथ्यों का विश्लेषण कई बार कठिन होता है। आंकड़ों को आसानी से समझने अथवा विश्लेषण करने के लिए हम उन्हें चित्रों अथवा आलेखों द्वारा प्रदर्शित करते हैं| कुछ आलेखों के निर्माण के संबंध में हम पिछले पाठ में पढ़ चुके हैं। इस पाठ में हम वर्गीकृत कागज में आलेखों के निर्माण के बारे में सिखेंगे| जिसे ग्राफ भी कहते हैं।

© JCERT not to be republished