

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10



आलेखों से परिचय

हम सिखेंगे

- निर्देशांक अक्ष
- बिंदु का निर्देशांक
- पाद या चतुर्थांश
- बिंदु का आलेखन

सिखने के प्रतिफल

- दुकानदार की प्रत्येक दिन की बिक्री, विद्यालय में विद्यार्थियों की उपस्थिति, रोगी का तापमान अलग-अलग समय में आदि जानकारियों को ग्राफ पेपर पर अच्छी तरह प्रस्तुत कर सकते हैं।

भूमिका :

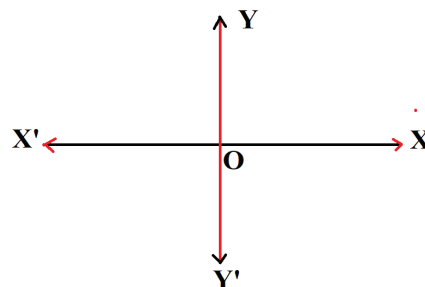
दैनिक जीवन में हम तरह-तरह के संख्यात्मक तथ्य अथवा आंकड़ों से रूबरू होते हैं। संख्यात्मक तथ्य अथवा आंकड़ों को हम वर्गीकृत भी करते हैं। किंतु आंकड़ों द्वारा तथ्यों का विश्लेषण कई बार कठिन होता है। आंकड़ों को आसानी से समझने अथवा विश्लेषण करने के लिए हम उन्हें चित्रों अथवा आलेखों द्वारा प्रदर्शित करते हैं। कुछ आलेखों के निर्माण के संबंध में हम पिछले पाठ में पढ़ चुके हैं। इस पाठ में हम वर्गीकृत कागज में आलेखों के निर्माण के बारे में सिखेंगे। जिसे ग्राफ भी कहते हैं।

निर्देशांक अक्ष

वर्गीकृत कागज (Graph Paper) पर दो परस्पर लंबवत रेखा और खींचते हैं। वे एक दूसरे को बिंदु O पर काटते हैं बिंदु O को मूल बिंदु कहते हैं।

$X'OX$ को x -अक्ष एवं

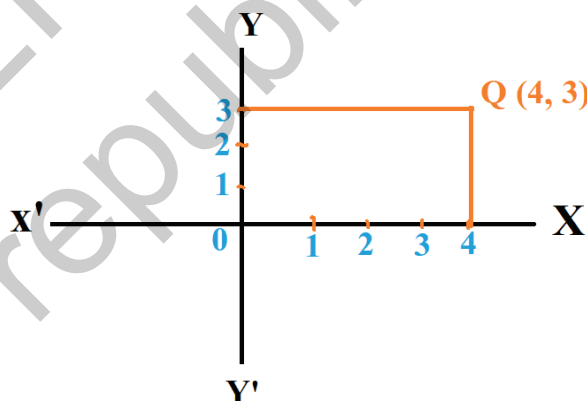
YOY' को y -अक्ष कहते हैं।



बिंदु का निर्देशांक

ग्राफ के तल पर किसी बिंदु के निर्देशांक जानने के लिए उस बिंदु से x -अक्ष और y -अक्ष दोनों पर लम्ब डालते हैं।

उदाहरण के लिए बिंदु Q के निर्देशांक जानने के लिए कि Q से QP OP x -अक्ष पर डालेंगे एवं QR OR y -अक्ष पर डालेंगे। यहां हम देख रहे हैं कि बिंदु P का निर्देशांक 4 एवं बिंदु R का निर्देशांक 3 है। अतः बिंदु Q के निर्देशांक $(4, 3)$ है। इसे कार्तीय निर्देशांक भी कहते हैं।



पाद या चतुर्थांश

प्रथम चतुर्थांश - इस चतुर्थांश में अवस्थित सभी बिंदुओं के x -निर्देशांक एवं y -निर्देशांक दोनों की धनात्मक होंगे। उदाहरणार्थ बिंदु $(4, 3)$ प्रथम चतुर्थांश में अवस्थित होगा।

द्वितीय चतुर्थांश - इस चतुर्थांश के सभी बिंदुओं के x -निर्देशांक ऋणात्मक एवं y -निर्देशांक धनात्मक होते हैं। जैसे - बिंदु $(-3, 4)$ द्वितीय चतुर्थांश में अवस्थित होगा।

तृतीय चतुर्थांश - इस चतुर्थांश में सभी बिंदुओं के x -निर्देशांक एवं y -निर्देशांक ऋणात्मक होते हैं। जैसे - बिंदु $(-3, -4)$ तृतीय चतुर्थांश में स्थित होगा।

चतुर्थ चतुर्थाश — इस चतुर्थाश के सभी बिंदुओं के x -निर्देशांक धनात्मक एवं y -निर्देशांक ऋणात्मक होते हैं। जैसे- बिंदु $(4, -3)$ चतुर्थ चतुर्थाश में अवस्थित होगा।

उदाहरण 1. बताइए कि निम्नलिखित बिंदु किस चतुर्थाश में अवस्थित होंगे?

- a. $(-4, 3)$ b. $(5, -3)$ c. $(-8, -3)$ d. $(3, 8)$

हल —

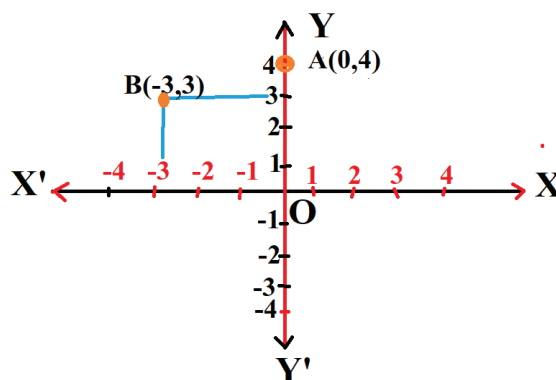
- a. $(-4, 3)$ द्वितीय चतुर्थाश में अवस्थित होगा।
 b. $(5, -3)$ चतुर्थ चतुर्थाश में अवस्थित होगा।
 c. $(-8, -3)$ तृतीय चतुर्थाश में अवस्थित होगा।
 d. $(3, 8)$ प्रथम चतुर्थाश में अवस्थित होगा।

उदाहरण 2. निम्नलिखित बिन्दुओं को वर्गांकित कागज (ग्राफ पेपर) पर अंकित करें।

- a. $A(0, 4)$ b. $B(-3, 3)$

हल —

- a. बिंदु $A(0, 4)$ में x -निर्देशांक 0 एवं y -निर्देशांक 4 है। अतः x -अक्ष पर 0 से ऊपर y -अक्ष पर 4 इकाई जाकर बिंदु $(0, 4)$ अभीष्ट बिंदु पर पहुँचेंगे।
 b. बिंदु $B(-3, 3)$ द्वितीय चतुर्थाश में स्थित है। x -निर्देशांक -3 एवं y -निर्देशांक 3 है। x -अक्ष पर 3 इकाई बायीं ओर (ऋणात्मक) गिनते हैं फिर y -अक्ष के समान्तर 3 इकाई गिनते हुए अभीष्ट बिंदु $(-3, 3)$ पर पहुँचेंगे।



प्रश्नावली 17.1

- निम्न बिन्दुओं को ग्राफ पेपर पर अंकित करें |
a. (4,3) b. (7,2) c. (4,4) d. (5,3)
- निम्न बिन्दुओं को ग्राफ पेपर पर अंकित करें |
a. A (-4,3) b. B (3,-4) c. C (-4,-4)
- बताइए कि बिन्दु (4,3) और बिन्दु (3,4) एक ही बिंदु है ?
- बिंदु (4,4) और बिंदु (-4,-4) को ग्राफ पेपर पर अंकित करें और बताएं कि इन बिन्दुओं से गुजरने वाली रेखा मूल बिंदु (0,0) से भी गुजरेगी ?
- मूल बिंदु का निर्देशांक लिखें ?
- निम्न बिंदु किस चतुर्थांश में स्थित है ?
a. (4,2) b. (-3,2) c. (-4,-3) d. (3,-3)
- y-अक्ष को दर्शाने वाला समीकरण है —
(i) $x=0$ (ii) $y=0$
(iii) $x=a$ (iv) $y=a$

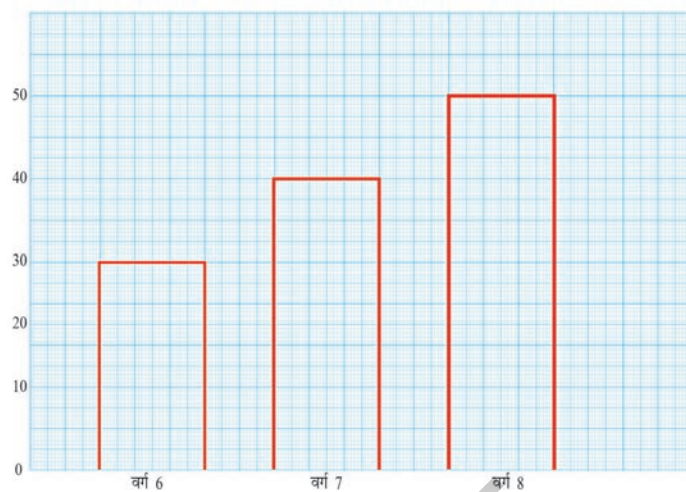
आलेखों का निरूपण

दंड आलेख (Bar Graph)

एक दंड आलेख विभिन्न श्रेणियों के बीच तुलना करने के काम आता है। इसमें दो या दो से अधिक समांतर व ऊर्ध्वाधर या क्षैतिज दंड या आयत होते हैं।

उदाहरण 3. राजू को वर्ग 6, वर्ग 7 एवं वर्ग 8 में गणित की परीक्षा में क्रमशः 30, 40 एवं 50 अंक प्राप्त हुए। (अधिकतम प्राप्तांक 50 है।) आंकड़ों के आधार पर एक दंड आलेख बनाइए?

उत्तर -

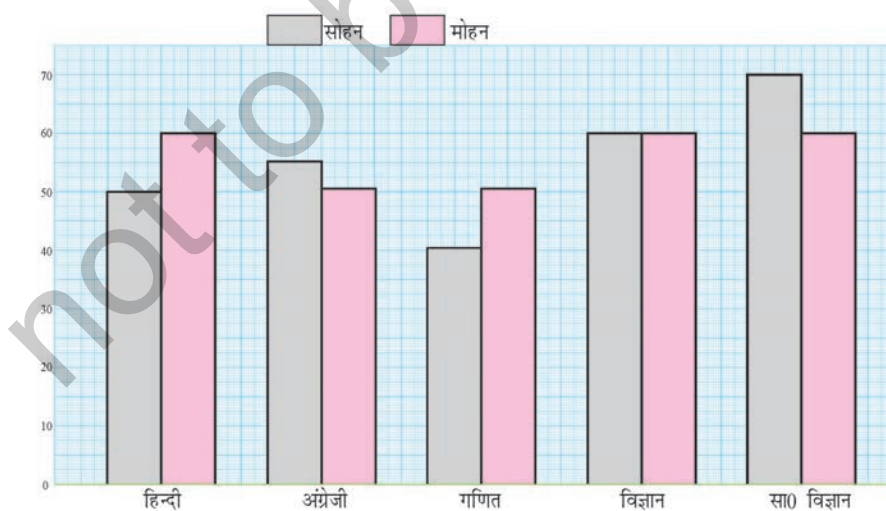


दोहरा दंड आलेख

दोहरा दंड आलेख में किन्हीं दो आंकड़ों में तुलना की जाती है। उदाहरण 4. सोहन और मोहन के वर्ग 7 में विभिन्न विषयों में प्राप्त अंक निम्नवत है।

विषय	हिंदी	अंग्रेजी	गणित	विज्ञान	सामाजिक विज्ञान
सोहन	50	55	40	60	70
मोहन	60	50	50	60	60

उपरोक्त आंकड़ों के आधार पर एक दोहरा दंडालेख बनाइए ?



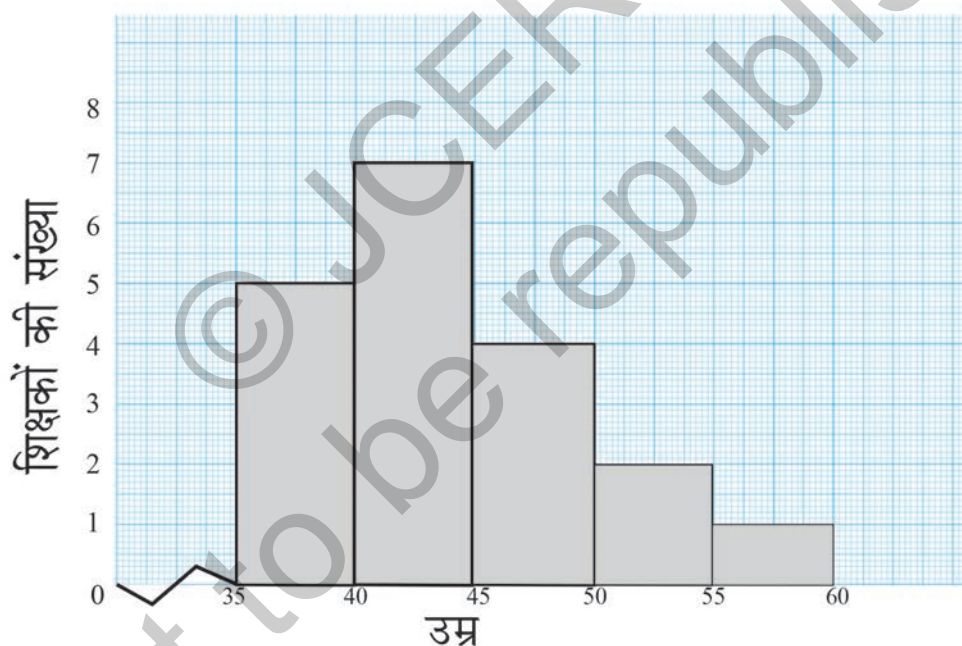
आयत चित्र

एक आयत चित्र, एक दंड आलेख जैसा ही होता है जो आंकड़ों को अंतराल में दर्शाता है। इसमें अंतरालों को संलग्न दण्डों द्वारा दिखाया जाता है। दंड आलेखों के बीच रिक्तता नहीं होती। आइए इसे एक उदाहरण द्वारा समझते हैं।

उदाहरण 5. किसी विद्यालय के शिक्षकों की उम्र निम्न सारणी में दिखाए गए हैं।

उम्र	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60
शिक्षकों की संख्या	5	7	4	2	1

उपरोक्त सारणी के अनुसार एक आयत चित्र बनाइए।



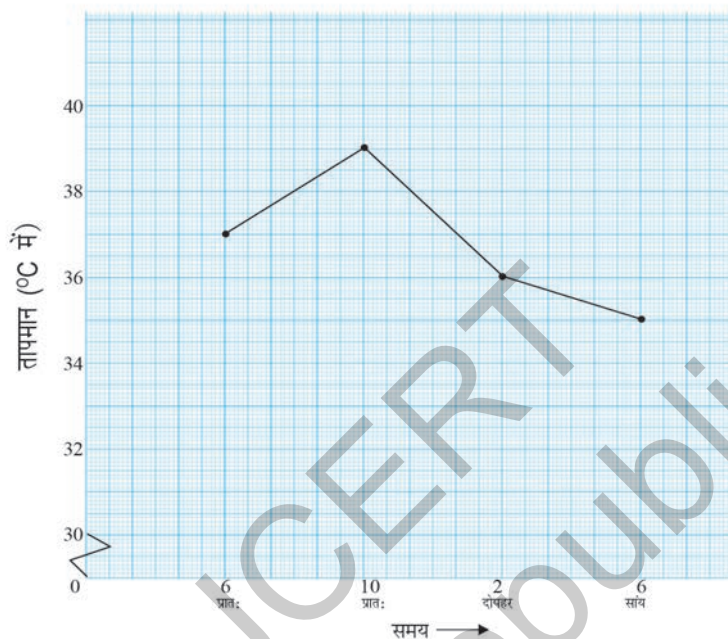
रेखा आलेख

एक रेखा आलेख ऐसे आंकड़ों को प्रदर्शित करता है जो समय के साथ-साथ लगातार बदलता रहता है। इसे भी एक उदाहरण से स्पष्ट करते हैं।

उदाहरण 6. एक रोगी को उसके डॉक्टर ने 4 - 4 घंटे बाद उसके शरीरिक तापमान का रिकॉर्ड किया जो निम्नवत है-

समय	6 बजे प्रातः	10 बजे प्रातः	2 बजे दोपहर	6 बजे सांय
तापमान (डिग्री सेल्सियस में)	37	39	36	35

उपरोक्त आंकड़ों को एक रेखा आलेख के द्वारा प्रदर्शित करें।



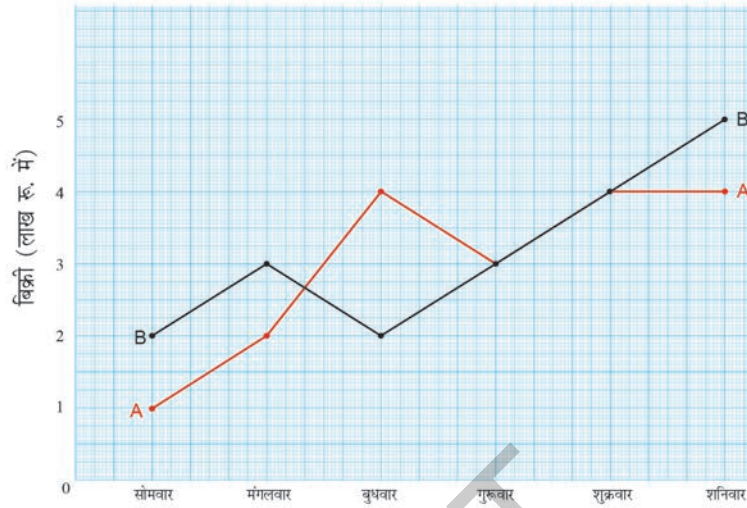
उदाहरण 7. दो दुकानों में किसी सप्ताह के बिक्री निम्नवत थी।

दिन	सोमवार	मंगलवार	बुधवार	वृहस्पति वार	शुक्रवार	शनिवार
दुकान A की बिक्री (लाख रु0 में)	1	2	4	3	4	4
दुकान B की बिक्री (लाख रु0 में)	2	3	2	3	4	5

उपरोक्त आंकड़ों के आधार पर एक रेखा आलेख बनाइए एवं निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

- किस-किस दिन दोनों दुकानों की बिक्री समान थी ?
- किस-किस दिन दुकान A की बिक्री समान थी ?
- दुकान B की सबसे अच्छी बिक्री कब हुई ?

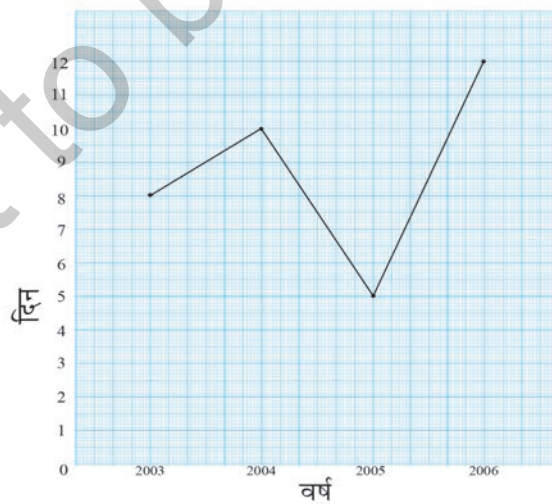
उत्तर –



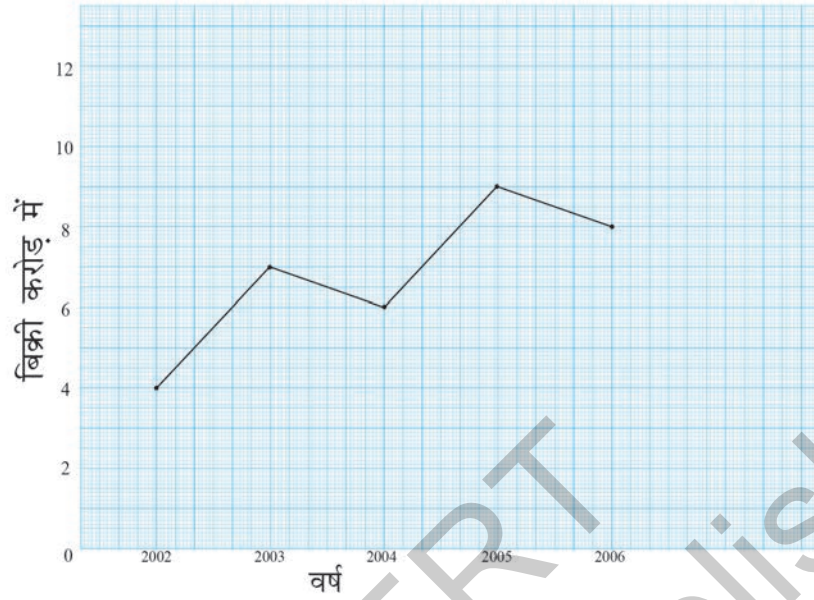
- (i) बृहस्पतिवार और शुक्रवार
- (ii) बुधवार शुक्रवार और शनिवार
- (iii) शनिवार

उदाहरण 8. तालिका का प्रयोग कर एक रैखिक आलेख बनाइए। विभिन्न वर्षों में किसी पर्वतीय नगर में हिमपात के दिनों की संख्या –

वर्ष	2003	2004	2005	2006
दिन	8	10	5	12



उदहारण 9. एक निर्माता कंपनी की विभिन्न वर्षों में की गई बिक्री निम्न आलेख द्वारा दर्शाई गई है –



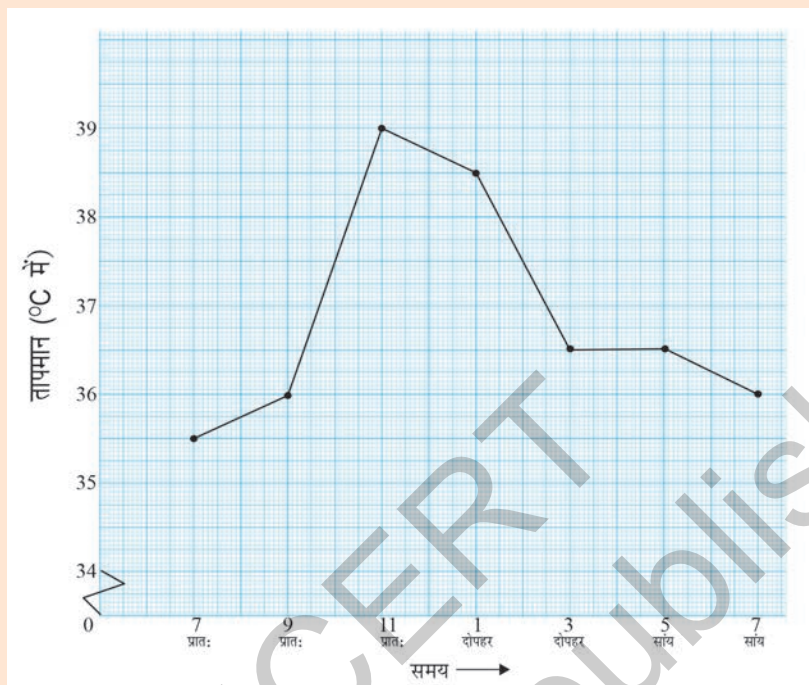
- (a) (i) वर्ष 2002 में (ii) वर्ष 2006 में कितनी बिक्री थी ?
(b) (i) वर्ष 2003 में (ii) वर्ष 2005 में कितनी बिक्री थी ?
(c) वर्ष 2002 एवं 2006 में बिक्रियों में कितना अंतर था ?
(d) किस अन्तराल में बिक्रियों का यह अंतर सबसे अधिक था ?

हल –

- (a) (i) 4 करोड़ (ii) 8 करोड़
(b) (i) 7 करोड़ (ii) 9 करोड़
(c) 4 करोड़
(d) वर्ष 2004 और 2005

प्रश्नावली 17.2

1. निम्न आलेख किसी अस्पताल में एक रोगी का प्रति 2 घंटे पर लिया गया तापमान दर्शाता है।



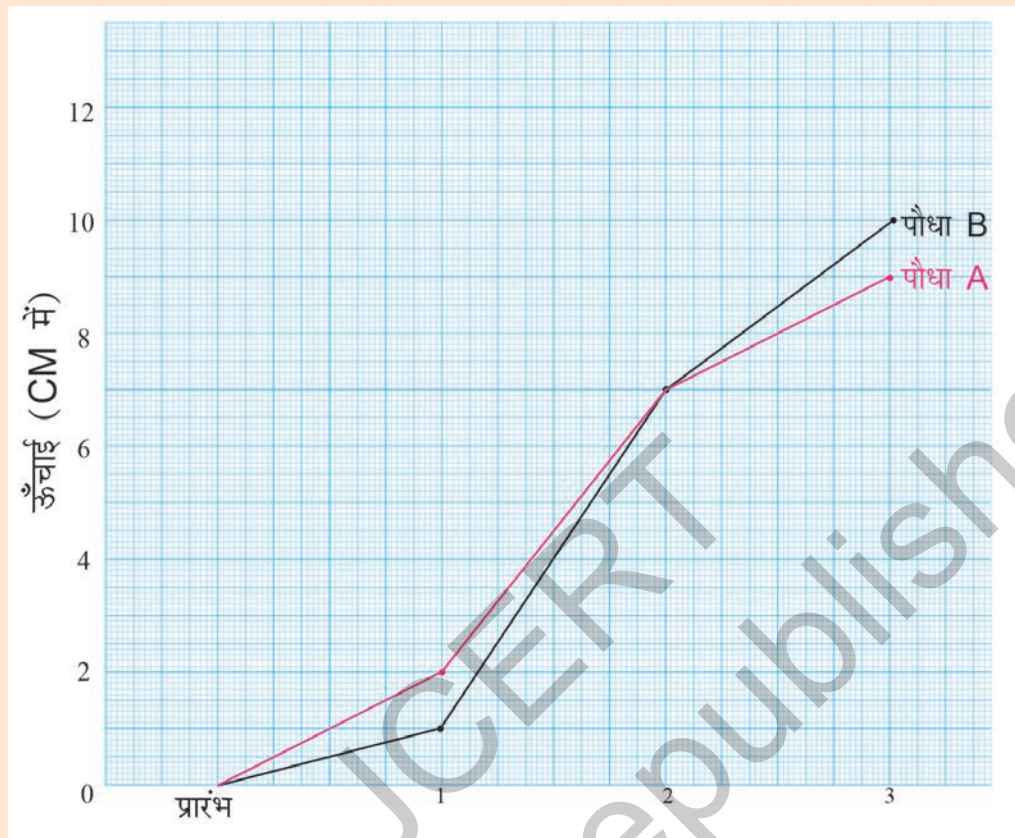
- रोगी का तापमान 1:00 बजे दोपहर क्या था ?
- रोगी का तापमान 38.5 डिग्री सेल्सियस कब था ?
- इस पूरे अंतराल में रोगी का तापमान 2 बार एक समान कब था ?
- 1:30 बजे दोपहर रोगी का तापमान क्या था ?
- किन अंतराल में रोगी का तापमान बढ़ने का रुझान दर्शाता है ?

2. विभिन्न वर्षों में एक गांव में पुरुषों व महिलाओं की संख्या (हजार में) निम्न तालिका में दिखाई गई है।

वर्ष	2003	2004	2005	2006	2007
पुरुषों की संख्या	10	12	12.5	13.5	13.5
महिलाओं की संख्या	9	11	12	12.5	13

तालिका के आधार पर एक रेखा आलेख बनाएं।

3. एक प्रयोग में समान प्रयोगशाला परिस्थितियों में 2 पौधे A तथा B उगाए गए | तीन सप्ताहों तक उनकी ऊंचाइयों को हर सप्ताह के अंत में मापा गया | परिणामों को निम्न आलेख से दर्शाया गया है –



- (a) (i) 2 सप्ताह बाद (ii) 3 सप्ताह बाद पौधे A की ऊंचाई कितनी थी ?
 (b) (i) 2 सप्ताह बाद (ii) 3 सप्ताह बाद पौधे B की ऊंचाई कितनी थी?
 (c) तीसरे सप्ताह में पौधे A की ऊंचाई कितनी बढ़ी है?
 (d) दूसरे सप्ताह के अंत से तीसरे सप्ताह के अंत तक पौधे B की ऊंचाई कितनी बढ़ी?