पाठ 03

घन एवं घनमूल

मुख्य अवधारणाएँ

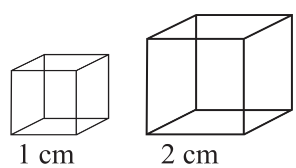
- पूर्ण घन
- घन एवं घनमूल निकालना
- अभ्यास गुणनखण्ड
- परिमेय संख्या

सिखने के प्रतिफल

- घन तथा घनमूल संख्याओं का घन एवं घनमूल विभिन्न तरीकों से ज्ञात करते हैं।
- बीजीय व्यंजकों को गुणा करते हैं।

3.1 भूमिका

'घन' शब्द का प्रयोग ज्यामिति से किया जाता है। घन एक ऐसी ठोस आकृति है जिसकी सभी भुजाएँ बराबर होती है। ठोस आकृति जिसकी 3 विमाएँ (dimensions) होती है जो आपस में समान होती है।



3.2 घन संख्या (Cube Number)

जब हम किसी प्राकृत संख्या को स्वयं से तीन बार गुणा करते हैं तो प्राप्त संख्या 'पूर्ण घन' (Perfect cube) या घन संख्याएँ (Cube Numbers) कहलाती हैं अर्थात्

a का घन संख्या $= a \times a \times a = a^3$, जहाँ a कोई प्राकृत संख्या है।

© JCERT not to be republished

JEPC Reference Book for Free Distribution : 2022-23

जैसे– 2 का घन $= 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

3 का घन $= 3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$

4 का घन $= 4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$

इन्हें याद रखें—

संख्या (a)	घन ($a \times a \times a$)	घन संख्या ($a \times a \times a$)
1	$1 \times 1 \times 1$	$1^3 = 1$
2	$2 \times 2 \times 2$	$2^3 = 8$
3	$3 \times 3 \times 3$	$3^3 = 27$
4	$4 \times 4 \times 4$	$4^3 = 64$
5	$5 \times 5 \times 5$	$5^3 = 125$
6	$6 \times 6 \times 6$	$6^3 = 216$
7	$7 \times 7 \times 7$	$7^3 = 343$
8	$8 \times 8 \times 8$	$8^3 = 512$
9	$9 \times 9 \times 9$	$9^3 = 729$
10	$10 \times 10 \times 10$	$10^3 = 1000$
11	$11 \times 11 \times 11$	$11^3 = 1331$
12	$12 \times 12 \times 12$	$12^3 = 1728$
13	$13 \times 13 \times 13$	$13^3 = 2197$
14	$14 \times 14 \times 14$	$14^3 = 2744$
15	$15 \times 15 \times 15$	$15^3 = 3375$
16	$16 \times 16 \times 16$	$16^3 = 4096$
17	$17 \times 17 \times 17$	$17^3 = 4913$
18	$18 \times 18 \times 18$	$18^3 = 5832$
19	$19 \times 19 \times 19$	$19^3 = 6859$
20	$20 \times 20 \times 20$	$20^3 = 8000$

© JCERT not to be republished

उन्हें भी जानें—

- 1 से 1000 तक केवल दस पूर्ण घन संख्या होती है।
- सभी सम संख्याओं का घन एक सम संख्या होती है।
- विषम संख्याओं का घन एक विषम संख्या होती है।

- 1729 सबसे छोटी 'हार्डी रामानुजन'' संख्या है।
- 0 का घन शून्य (0) होता है।
- यदि किसी संख्या के इकाई का अंक 2, 3, 7, 8 हो तो उसके घन संख्या का इकाई अंक 8, 7, 3, 2 हो जाता है।
- यदि किसी संख्या के इकाई का अंक 1, 4, 5, 6 तथा 9 हो तो उसके घन संख्या का इकाई अंक 1, 4, 5, 6 तथा 9 ही रहता है।
- यदि a और b दो प्राकृत संख्या हो तो $(a \times b)^3 = a^3 \times b^3$

इसी प्रकार, $(a \times b \times c)^3 = a^3 \times b^3 \times c^3$

$(a \times b \times c \times d)^3 = a^3 \times b^3 \times c^3 \times d^3$ इत्यादि।

क्रमागत विषम संख्याओं के योग का प्रतिरूप (Pattern)—

$$1 = 1^3$$
$$3 + 5 = 8 = 2^3$$
$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^2$$
$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$
$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$
$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216 = 6^3$$
$$43 + 45 + 47 + 49 + 51 + 53 + 55 = 343 = 7^3$$
$$57 + 59 + 61 + 63 + 65 + 67 + 69 + 71 = 512 = 8^3$$
$$73 + 75 + 77 + 79 + 81 + 83 + 85 + 87 + 89 = 729 = 93$$
$$\underline{\hspace{6cm}} = 1000 = 10^3$$

इस प्रतिरूप से हम पाते हैं कि

1^3 एक विषम संख्या का जोड़ है।

2^3 एक विषम संख्या का जोड़ है जसमें पहली विषम संख्या $3 = 2^3 - 2 = 1$ है।

3^3 तीन विषम संख्या 27 जोड़ है जसमें पहली विषम संख्या $7 = 3^3 - 3 + 1$ इत्यादि।

इस प्रकार n^2 को क्रमागत n विषम संख्याओं के योग में लिखा जा सकता है जिसमें उधम विषम संख्या $= n^2 - n + 1$ है।

© JCERT not to be republished

उदाहरण 1. निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए–

$(a)\ (17)^3,\ (b)\ (23)^3,\ (c)\ (28)^3$

हल : (*a*) $17 \times 17 \times 17 = 289 \times 17 = 4913$

(*b*) $23 \times 23 \times 23 = 549 \times 23 = 12{,}167$

(*c*) $28 \times 28 \times 28 = 784 \times 28 = 21{,}952$

उदाहरण 2. निम्नलिखित संख्याओं के घन का इकाई अंक निकालिए–

(*a*) 13, (*b*) 26, (*c*) 240, (*d*) 245, (*e*) 267

हल : (*a*) 13 के घन $= 13^3 = 13 \times 13 \times 13 = 169 \times 13 = 2197$

$\therefore$ इकाई अंक $= 7$

(*b*) 26 के घन $= 26^3 = 26 \times 26 \times 26 = 676 \times 26$

$= 17{,}576$

$\therefore$ इकाई अंक $= 6$

(*c*) 240 के घन $= 240^3 = 240 \times 240 \times 240$

$= 57{,}600 \times 1{,}38{,}24000$

$\therefore$ इकई अंक $= 0$

(*d*) $\because$ 245 का इकाई अंक $= 5$

$\therefore$ 245 का घन का इकाई अंक $= 5$

(*e*) $\because$ 267 का इकाई अंक $= 7$

$\therefore$ 267 के घन का इकाई अंक $= 3$

उदाहरण 3. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 35721 में गुणा करने पर पूर्ण घन बनाए जाए।

हल :

3	35721
3	11907
3	3969
3	1323
3	441
3	143
7	49
	7

© JCERT not to be republished

$\because$ $35721 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$

यहाँ 35721 के अभाज्य गुणनखण्ड में 7 का त्रिक नहीं बन रहा है।

7 के त्रिक बनाने के लिए 7 से गुणा करने की जरूरत है।

अतः वह सबसे छोटी संख्या 7 है जिससे 35721 में गुणा करने पर प्राप्त गुणनफल पूर्ण घन संख्या बन जाएगी।

उदाहरण 4. प्रत्येक के लिए वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे निम्नलिखित संख्याओं को भाग देने पर भागफल एक पूर्ण घन प्राप्त हो जाए–

(*a*) 7803 (*b*) 24300

हल : (*a*) $7803 = 3 \times 3 \times 3 \times 289$

3	7803
3	2601
3	867
	289

यहाँ 7803 के अभाज्य गुणनखण्ड में 289 का त्रिक (तीन का समूह) नहीं बन रहे हैं।

अतः 7803 में 289 से भाग देने पर प्राप्त भागफल एक पूर्ण घन संख्या बन जाएगा।

$\therefore$ सबसे छोटी संख्या = 289.

(*b*) $24300 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 10 \times 10$

3	24300
3	8100
3	2700
3	900
3	300
3	100
3	10

यहाँ 24300 के अभाज्य गुणनखण्ड में 10×3 का त्रिक (तीन का समूह) नहीं बन रहे हैं।

अतः 24300 में 100×9 से भाग देना होगा।

अतः वह सबसे छोटी संख्या 300 है जिससे 24300 में भाग देने पर प्राप्त भागफल एक पूर्ण घन होता है।

© JCERT not to be republished

उदहारण 3. एक संख्या को 5 से गुणा करने पर उसका घन कितना हो जाएगा ?

हल : किसी संख्या को 5 से गुणा किया जाय तो उसका घन $5^3 = 125$ से गुणा हो जाएगा।

उदाहरण 4. रमेश प्लास्टिक का एक घनाभ बनाया जिसकी भुजाएँ 5 cm, 2 cm तथा 5 cm है। एक घन लागने के लिए एसे कितने घनाभों की आवश्यकता होगी ?

हल : घनाभ का आयतन $l \times b \times h = 5\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 5\text{ cm}$

उपर्युक्त घनाभ गुणनखंड में 5 दो जबकि 2 एक बार आया है।

∴ हमें इसे घन आने के लिए $5 \times 2 \times 2$ की आवश्यकता होगी।

अतः हमें एक घन बनाने के लिए ऐसे 20 घनाभों की आवश्यकता होगी।

उदाहरण 7. निम्नलिखित घन में सम या विषम है ?

(*a*) 10648, (*b*) 46656, (*c*) 9261, (*d*) 3375

हल : ∵ एक संख्या का घन सम होता है।

अतः (*a*) 10648, (*b*) 46656 सम है।

∵ विषम संख्या का घन विषम होता है। अतः (*a*) 9261, (*b*) 3375 विषम है।

© JCERT not to be republished

प्रश्नावली 3.1

1. निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए–
   - (*a*) $(31)^3$
   - (*b*) $(36)^2$
   - (*c*) $(154)^3$
   - (*d*) $(187)^3$
   - (*e*) $(248)^3$
2. निम्नलिखित संख्याओं के घन का इकाई अक निकालिए–
   - (*a*) 17
   - (*b*) 26
   - (*c*) 35
   - (*d*) 126
   - (*e*) 128
3. प्रत्येक के लिए वह सबससे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे निम्नलिखित संख्याओं को गुण करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा–
   - (*a*) 5400
   - (*b*) 3528
   - (*c*) 4725
   - (*d*) 196
   - (*e*) 26,136

4. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 53240 में गुणा करने पर एक पूर्ण घन बन जाए।

5. प्रत्येक के लिए वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे निम्नलिखित संख्याओं को भाग देने पर भागफल एक पूर्ण घन बन जाए–

(a) 30,184 (*b*) 1512 (*c*) 20,250

(*d*) 5145 (*d*) 27,951

6. कमलेश लकड़ी का एक घनाभ बनाया जिसकी भुजाएँ 42 cm, 21 cm तथा 6 cm हैं। एक घन बनाने के लिए ऐसे कितने घनाभों की आवश्यकता होगी ?

7. निम्नलिखित घन में कौन सम का विषम है ?

(*a*) 35937 (*b*) 2744 (*c*) 3,43,000

(*d*) 74088 (*e*) 9261

8. एक घनाभ की भुजाएँ 3 cm, 4 cm तथा 4 cm हैं। एक घन बनाने के लिए कम से कम ऐसे कितने घनाभों की आवश्यकता होगी सही विकल्प चुनें।

(*a*) 36 (*b*) 34 (*c*) 32 (*d*) 30

9. निम्नलिखित में कौन–सी संख्या पूर्ण घन नहीं है–

(*a*) 125 (*b*) 216 (*c*) 64 (*d*) 108

10. निम्नलिखित में कौन–सी संख्या पूर्ण घन है ?

(*a*) 139 (*b*) 429 (*c*) 629 (*d*) 729

© JCERT not to be republished

उत्तरमाला 3.1

1. (*a*) 28791 (*b*) 46,656 (*c*) 36,52,264

(*d*) 65,39,203 (e) 1,52,52992

2. (*a*) इकाई अंक = 3 (*b*) इकाई अंक = 6

(*c*) इकाई अंक = 5 (*d*) इकाई अंक = 4

(*e*) इकाई अंक = 2

3. (*a*) 5 (*b*) $3 \times 7 = 21$ (*c*) $5 \times 7 \times 7 = 245$

(*d*) $2 \times 7 = 14$ (*e*) 11

4. 5

5. (*a*) 11 (*b*) 7 (*c*) $2 \times 3 = 6$

(*d*) $3 \times 5 = 15$ (*e*) $3 \times 7 = 21$

6. 14

7. (*a*) विषम (*b*) सम (*c*) सम

   (*d*) सम (*e*) विषम

8. (*a*)

9. (*d*)

10. (*d*)

घनमूल (Cube Roots)—जिस प्रकार ''वर्गमूल ज्ञात करना'' वर्ग करने की संक्रिया की प्रतिलोम संक्रिया है उसी प्रकार 'घनमूल' ज्ञात करने की क्रिया घन (Cube) ज्ञात करने की संक्रिया की प्रतिलोम संक्रिया है। अर्थात्

जिस संख्या का घनमूल पूरा–पूरा निकल सकता है उसे परिपूर्ण घन या पूर्ण घन संख्या (Perfect Cube Number) कहते है।

कोई प्राकृत संख्या n का घनमूल एक प्राकृत संख्या m कहलाता है, यदि $n = m^3$

संख्या n के घनमूल को संकेत में $\sqrt[3]{n}$ से सूचित करते है जबकि घतांकीय रूप में संकेत = $n^{1/3}$ होता है।

∴ यदि $n = m^3$ तो $\sqrt[3]{n} = m$ जैसे

$$\sqrt[3]{1} = 1$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{64} = 4$$ इत्यादि।

घनमूल ज्ञात करने की विधियाँः–

(1) **अभाज्य गुणनखण्ड विधि**–

- दी गई संख्या का अभाज्य या रूढ़ गुणनखण्ड लिखिए।
- अब इन गुणनखण्डों में से प्रत्येक तीन समान संख्याओं के त्रिक (triple) बनाइए।
- प्रत्येक त्रिक से एक गुणनखण्ड लिजिए एवं उनका गुणनफल लिखिए।
- यही गुणनफल दी गई संख्या का अभिषट घनमूल होगा।

जैसे–91125 का घनमूल निकालिए।

या

© JCERT not to be republished

$\sqrt[3]{91125}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल :

3	91125
3	30375
3	10125
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
	5

$$\therefore \quad \sqrt[3]{91125} = \sqrt[3]{\underbrace{3\times3\times3}_{\text{त्रिक}}\times\underbrace{3\times3\times3}_{\text{त्रिक}}\times\underbrace{5\times5\times5}_{\text{त्रिक}}}$$

$$= 3 \times 3 \times 5$$

$$= 45$$

(2) आकलन विधि—32768 का आकलन विधि से घनमूल निकालना।

(*i*) दाई ओर से बाईं ओर जाते हुए तीन–तीन अंकों का समूह बनाइए अंत में कितना अंत में लिखा शेष को उतना ही समूह बनाने।

(*ii*) प्रथम समूह '768' वांछित घनमूल के इकाई का अंक होगा।

यहाँ 368 का अंतिम (इकाई का) अंक 8 है, हम जानते हैं कि 8 किसी संख्या के इकाई स्थान पर तय आता है जब उसके घनमूल के इकाई का अंक 2 होगा।

इस प्रकार हमें घनमूल के इकाई का अंक 2 प्राप्त हो गया।

(*iii*) अब द्वितीय (दूसरा) समूह 32 को लीजिए।

हम जानते हैं कि $33 > 27$ तथा $43 < 64$ साथ ही

$$27 < 32 < 64$$

यहाँ हम छोटी संख्या के इकाई अंक को पारित घनमूल के दहाई के अंक के रूप में लेते हैं। जो यहाँ 3 है।

उदाहरण 1. 157464 का अभाज्य गुणनखण्ड विाधि द्वारा घनमूल ज्ञात कीजिए।

JEPC Reference Book for Free Distribution : 2022-23

© JCERT not to be republished

हल :

2	157464
2	78732
2	39366
2	19683
3	6561
3	2187
3	729
3	245
3	81
3	27
3	9
	3

$$\therefore \quad \sqrt[3]{157464} = \sqrt[3]{2\times2\times2\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3}$$

$$= 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 54$$

उदाहरण 2. आकलन विधि के निम्नलिखित पूर्ण संख्या का घनमूल ज्ञात कीजिए–

(*a*) 35937 (*b*) 12167

हल : (*a*) $\overline{35}\,\overline{937}$

दूसरा समूह पहला समूह

पहले समूह का इकाई अंक 7 है जब जानते हैं कि 7 किसी संख्या के इकाई अंक में स्थान पर तय आता है।

जब उसके घनमूल के इकाई का अंक 3 है।

$\therefore$ हमें घनमूल के इकाई का अंक 3 प्राप्त हो गया।

अब दूसरे समूह 35 को लेते है जो 33 से बड़ा परन्तु 43 से छोटा है अर्थात्

$$33 < 35 < 43$$

$$\therefore \quad \sqrt[3]{35997} = 33$$

© JCERT not to be republished

(*b*) $\sqrt[3]{12667} = \overline{12}\,\overline{167}$

द्वितीय समूह प्रथम समूह

प्रथम समूह में घनमूल का इकाई अंक 3 होगा।

इससे समूह 12 है जो $2^3 < 12 < 3^3$

यहाँ छोटी संख्या का इकाई अंक 2 है।

$\therefore \quad \sqrt[3]{12167} = 23$

उदाहरण 3. तीन संख्याएँ 2 रू 3 रू 4 अनुपात में है यदि तीनों संख्याओं के घनों का योग 9900 तो संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : माना संख्याएँ $2x$, $3x$ तथा $4x$ है।

अतः प्रश्नानुसार, तीनों संख्याओं के घनों का योग = 99000

$$(2x)^3 + (3x)^3 + (4x)^3 = 99000$$

या $8x^3 + 27x^3 + 64x^3 = 9900$

या $99x^3 = 99000$

या $x^3 = \frac{99000}{99} = 1000$

या $x = \sqrt[3]{1000} = 10$

$$\therefore \text{ संख्या } \left.\begin{aligned} 2x &= 2\times10 = 20 \\ 3x &= 3\times10 = 30 \\ 4x &= 4\times10 = 40 \end{aligned}\right\}$$

उदहारण 4. वह छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 69120 को गुणा करने पर प्रत्येक संख्या पूर्ण संख्या बन जाए। प्राप्त पूर्ण घन संख्या का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल : सबसे पहले 69120 का अभाज्य गुणनखण्ड निकाले—

$$69120 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3$$

नई संख्या $= 69120 \times 5 \times 5$

उदाहरण 5. 26244 को कौन–सी सबसे छोटी संख्या से विभाजित किया जाए ताकि भागफल पूर्ण घन संख्या बन जाए। उस भागफल का घनमूल भी ज्ञात कीजिए।

JEPC Reference Book for Free Distribution : 2022-23
© JCERT not to be republished

हल : 26244 का अभाज्य गुणनखंडन

2	26244
2	13122
3	6561
3	2187
3	729
3	243
3	87
2	27
3	9
	3

∴ $26244 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

यहाँ $2 \times 2 \times 3 \times 3$ का त्रिक नहीं काटा अतः इसके गुणनफल से 26244 में भाग देने पर वह पूर्ण घन बन जाएगा।

∴ $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

∴ $26244 \div 36 = 729$

अब $\sqrt[3]{729} = \sqrt[2]{9\times9\times9} = 9$

उत्तर—36, 9

उदाहरण 6. 794 में कौन सी—

(*a*) सबसे छोटी संख्या जोड़ी जाए ताकि योगफल पूर्ण घन संख्या बन जाए। प्राप्त पूर्ण घन संख्या का घनमूल ज्ञात कीजिए।

(*b*) सबसे छोटी संख्या घटाई जाए ताकि प्राप्त संख्या पूर्ण घन संख्या बन जाए। प्राप्त संख्या का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल : (*a*) यहाँ 794, 93 से बड़ा जबकि 103 से छोटा है।

अर्थात् $93 < 794 < 103$

अतः जोड़ी जाने वाली सबसे संख्या $= 103 - 794 = 1000 - 794 = 206$

∴ नई संख्या $= 794 + 200 = 1000$ जिसका घनमूल $= 10$.

(*b*) यहाँ 794, 93 से बड़ा जबकि 103 से छोटा है।

© JCERT not to be republished

अर्थात् 93 $< 794 < 103$

अतः घटाई जाने वाली सबसे छोटी संख्या $= 794 - 93 = 794 - 729 = 65$

$\therefore$ नई संख्या $= 794 - 65 = 729$ जिसका घनमूल $= 9$.

ऋणात्मक पूर्ण घन संख्या का वर्गमूल

$$(-x)^3 = (-x) \times (-x) \times (-x)$$

अतः $$\sqrt[3]{(-x)^3} = (-x^3)^{1/3} = -x$$

उदाहरण 7. – 32768 का घनमूल निकालिए।

हल : सबसे पहले 32786 का अभाज्य गुणनखण्ड कीजिए।

अतः $$\sqrt[3]{32768} = \sqrt{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2}$$

$\therefore$ $$\sqrt[3]{32768} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= 32$$

$\therefore$ $$= \sqrt[3]{(-1)\times 32768}$$

$$= \sqrt[3]{(-1)} \times \sqrt[3]{32768}$$

$$= \sqrt[3]{(-1)^3} \times 32$$

$$= -1 \times 32$$

$$= -32$$

परिमेय संख्याओं का घनमूल—

$\sqrt[3]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$ जहाँ a तथा b पूर्णांक है।

उदाहरण 8. $\dfrac{-19683}{24389}$ का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल : $$\sqrt[3]{(-1)\cdot\frac{19683}{24389}} = \sqrt[3]{(-1)^3} \times \sqrt[3]{\frac{19683}{24389}}$$

$$= (-1) \times \frac{\sqrt[3]{19683}}{\sqrt[3]{24389}}$$

© JCERT not to be republished

$$= -1 \times \frac{27}{29}$$

$$= \frac{-27}{29}$$

यहाँ आकलन विधि से 19683 का घनमूल तथा 24389 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

$\therefore$ $$\sqrt[3]{19683} = \sqrt[3]{(27)^3} = 27$$

तथा $$\sqrt[3]{24389} = \sqrt[3]{(29)^3} = 29$$

उदहारण 9. निम्नलिखित संख्याओं का घनमूल निकालें।

(*a*) 0.003375 (*b*) 32.768

हल : (*a*) $$\sqrt[3]{0{\cdot}003375} = \sqrt[3]{\frac{3375}{1000000}} = \frac{\sqrt[3]{3375}}{\sqrt[3]{1000000}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{(15)^3}}{\sqrt[3]{(100)^3}} = \frac{15}{100} = 0.15$$

(*b*) $$\sqrt[3]{32{\cdot}768} = \sqrt[3]{\frac{32768}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{32768}}{\sqrt[3]{1000}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{(32)^3}}{\sqrt{(10)^3}} = \frac{32}{10} = 3.2$$

नोट—दशमलव संख्या के घनमूल निकालने के लिए—पहले दी गई दशमलव संख्या को परिमेय संख्या में बदलिए फिर आकलन विधि से अंश तथा हर दोनों का घनमूल निकालिए फिर हर से अंश में भाग देकर अभिष्ट V उत्तर प्राप्त कीजिए।

उदाहरण 10. तीन संख्याओं के घनों का योग 0.334125 है। यदि संख्याएँ 2, 3, और 4 है तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल : माना संख्याए $2x, 3x$ तथा $4x$ है।

प्रश्नानुसार, संख्याओं के घनों का योग $= 0{\cdot}334125$

या $$(2x)^3 + (3x)^3 + (4x)^3 = 0{\cdot}334125$$

या $$8x^3 + 27x^2 + 64x^3 = 0{\cdot}334125$$

© JCERT not to be republished

या $$99x^3 = 0{\cdot}334125$$

या $$x^3 = \frac{0{\cdot}334125}{99} = 0{\cdot}003375$$

या $$x = \sqrt[3]{0{\cdot}003375} = \sqrt[3]{\frac{3375}{1000000}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{(15)^3}}{\sqrt[3]{(100)^3}} = \frac{15}{100} = 0{\cdot}15$$

$\therefore$ संख्याएँ $= \left.\begin{array}{l} 2x = 2\times 0{\cdot}15 = 0{\cdot}30 \\ 3x = 3\times 0{\cdot}15 = 0{\cdot}45 \\ 4x = 4\times 0{\cdot}15 = 0{\cdot}60 \end{array}\right\}$ या $\begin{array}{l} 0{\cdot}3 \\ 0{\cdot}45 \\ 0{\cdot}6 \end{array}$

प्रश्नावली 3.2

1. आकलन विधि से निम्नलिखित संख्याओं का घनमूल ज्ञात कीजिए—

(a) $\frac{125}{216}$ (b) 12167

(c) – 4913 (d) 0·195112

(e) $\frac{-79507}{103823}$ (f) 0·421875

(g) $\frac{-13824}{29791}$ (h) 0·005832

(i) 46·656 (j) $\frac{39304}{42875}$

2. एक खण्ड का आयतन $\frac{9261}{512}$ मी^{3} है। घन की भुजाएँ ज्ञात कीजिए—

(i) तीन संरचनाओं के घनों का योग 0·536544 है यदि संख्याएँ 1, 3, 4 है तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

(ii) 39304 का घनमूल ज्ञात कीजिए और उसका उपयोग करके $\sqrt[3]{39{\cdot}30} + \sqrt[3]{{\cdot}039304}$ का मान निकालिए।

[संकेत— $\sqrt[3]{39{\cdot}304} = \sqrt[3]{\frac{39304}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{39304}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{34}{10} = 3.4$

$\sqrt[3]{0{\cdot}039304} = \sqrt[3]{\frac{39304}{1000000}} = \frac{\sqrt[3]{39304}}{\sqrt[3]{1000000}} = \frac{34}{100} = 0.34$]

© JCERT not to be republished

उत्तरमाला 3.2

1. (*a*) $\frac{5}{6}$ (*b*) (– 23)

   (*c*) (– 17) (*d*) 0·58

   (e) $\frac{-42}{47}$ (*f*) 0·75

   (*g*) $\frac{24}{31}$ (*h*) 0·18

   (*i*) 4·6 (*j*) $\frac{34}{35}$

3. $\frac{21}{8}$ मी.

3. 0·18, 0·54, 0·72

4. 34, 3·74

© JCERT not to be republished