पाठ 07

गुणनखण्ड

हम सिखेंगे–

- गुणनखण्ड, अभाज्य गुणनखण्ड
- बीजीय व्यंजको का गुणनखण्ड
- बीजीय व्यंजको का विभाजन

अधिगम प्रतिफल

- बीजीय व्यंजको का गुणनखण्ड
- सर्वसमिकाओं के प्रयोग द्वारा, गुणनखण्ड करते है।

भूमिका :

हम गुणनखंडो के बारे में पिछली कक्षा मे सिख चुके है। आइए एक प्राकृत संख्या 24 लेते है। हम इसे अन्य प्राकृत संख्याओ के गुणनखण्ड के रूप में लिख सकते है। जैसे–

$$24 = 2 \times 12$$
$$= 4 \times 6$$
$$= 8 \times 3$$

संख्या = 24 के

गुणनखण्ड 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 और 24 है।

इनमें 2 और 3 संख्या 24 का अभाज्य गुणनखंड है जिसे हम इस प्रकार लिखते है।

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

© JCERT not to be republished

JEPC Reference Book for Free Distribution : 2022-23

हम जानते है। कि 24 को इस प्रकार से भी लिख सकते हैः 24 = 1 × 24। इस प्रकार 1 और 24 भी 24 के गुणनखण्ड है। अर्थात 1 प्रत्येक संख्या का एक गुणनखण्ड होता है उदाहरणार्थ 51 = 1 × 51 होता है। परन्तु सामान्यत जब भी हम किसी संख्या को गुणनखण्डो के गुणनफल के रूप में लिखेंगे तो हम 1 को गुखनखण्ड के रूप में तब तक नहीं लिखेंगे जब तक विशेष रूप से आवश्यक न हो।

अभाज्य गुणनखण्ड

जब कोई संख्या अभाज्य गुणनखण्डो के गुणनफल के रूप मं लिखी जाती है। तो यह विधि अभाज्य गुणनखण्ड कहलाती है। जैसे–

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$21 = 3 \times 7$$

$50 = 2 \times 5 \times 5$ इत्यादि।

इसी प्रकार, हम बीजीय व्यंजको को भी उनके गुणनखण्डो के गुणनफलो के रूप में व्यक्त कर सकते है।

बीजीय व्यंजको के गुणनखण्ड

पिछली कक्षा में हम देख चुके है। कि बीजीय व्यंजको के पद गुणनखण्डो के गुणनफलो के रूप में बनते है।

उदाहरणार्थ $7\,xy = 7x \times y$

यहाॅ $7\,xy$ के गुणनखण्ड में $7\,x, y$ को और आगे गुणनखंडित नहीं हो सकता है। अतः $7\,xy$ के अभाज्य गुणनखण्ड $7\,x, y$ है। बीजीय व्यंजको में हम अभाज्य के स्थान पर शब्द अखंडनीय का प्रयोग करते है।

हम कह सकते है। कि $7\,xy$ का अखण्डनीय रूप में $7 \times x \times y$ है। ध्यान दीजिए–

$7 \times (xy)$ पद $7\,xy$ का अखण्डनीय रूप नहीं होगा।

क्योकि xy का गुणनखण्ड $x \times y$ होता है।

इसी प्रकार, व्यंजक $15xy\,(x + 2)\,(x - 5)$ को अखंडनीय रूप में इस प्रकार लिख सकते हैं।

$$15xy\,(x + 2)\,(x - 5) = 3 \times 5 \times x \times (x + 2)\,(x - 5)$$

$$3x + 12 = (3 \times x) + (2 \times 2 \times 3)$$

यहाँ गुणनखण्ड 3 दोनो पदों में उभयनिष्ठ (सार्व) है।

© JCERT not to be republished

$= 3 \times (x + 3)$ [बंटन नियम से]

अतः $3x + 12 = 3 \times (x + 4)$

इसी प्रकार $3x + 12$ के अखंडनीय गुणनखण्ड 3 और $x + 4$ है।

अब हम एक अन्य उदाहरण पर विचार करते हैं,

$15xy + 20x^2$

$$15xy = 3 \times 5\,x \times y$$

$$20x^2 = 2 \times 2 \times 5\,x \times x$$

अतः $15xy + 20x^2 = (3 \times 5\,x \times y)\ (2 \times 2 \times 5\,x \times x)$

[बंटन नियम से]

$= 5x\ (4x + 3y)$ यही वोधित गुणनखण्ड रूप है।

उदाहरण : $15ab + 20a^2b$ का गुणनखण्ड कीजिए।

हल : $15ab + 20a^2b$

$$15ab = (3 \times 5 \times a \times b)$$

$$20a^2b = (2 \times 2 \times 5 \times a \times a \times b)$$

$$= 5ab\ (3 + 4a)$$

© JCERT not to be republished

प्रयास कीजिए :

1. संख्या 20 और 45 का अभाज्य गुणनखण्ड।
2. निम्न बीजीय व्यंजको का गुणनखण्ड गुणनखण्ड कीजिए।

   (*i*) $9xy^2$ (*ii*) $20xy\ (x - y)\ (x + y)$

गुणनखण्ड क्या है।

संख्या या बीजीय व्यंजक के दो या दो से अधिक संख्याओ या बीजीय व्यंजको के गुणनफल के रूप में लिखने की क्रिया को गुणनखंड कहा जाता है। उन संख्याओं या बीजीय व्यंजको को गुणनखण्ड कहते हैं जिन्हें गुणा करने पर दी गयी संख्या बीजीय व्यंजक के रूप में प्राप्त हो जाता है।

उदाहरणीर्य

(*a*) $20 = 2 \times 2 \times 5$

अतः 20 गुणनखण्ड 2, 2, और 5 है।

(*b*) $2 \times (x + b) = 2x + 2ab$

अतः $2x^2 + 2bx$ के गुणनखण्ड $2x$ और $x + b$ है।

अब $(4x + 10)$, $(2x + 14y)$ $(x^2 + 7x + 6)$

इत्यादि व्यंजकों में इसके गुणनखण्ड क्या है यह स्पष्ट नहीं है। ऐसे व्यंजको की गुणनखण्ड के लिए कुछ विशेष विधियाँ हैं।

सार्व गुणनखण्ड की विधि :

हम इसे एक साथ उदाहरण $3x + 12$ से समझेगे।

इसके प्रत्येक पद को अखंडनीय गुणनखण्डो के गुणनखफल के रूप में लिखते है।

$$3x = 3x,$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3,$$

$$3y + 3 = 3 \times y + 3 \times 1$$

$$= 3 \times (y + 1)$$

ध्यान दीजिए : यहाँ 1 को गुणनखण्ड के रूप में लिखना आवश्यक है।

अतः $4xy + 4x + 3y + 3 = 4x\ (y + 1) + 3\ (y + 1)$

यहाँ दाएँ पक्ष के दोनो पदों में एक सार्व गुणनखण्ड $y + 1$ है। दोनो पदो को मिलनाने पर,

$$4xy + 4x + 3y + 3 = (y + 1) \times (4x + 3)$$

ध्यान दीजिए अब यह गुणनखण्ड अखण्डनीय है। गुणनखण्ड को यह विधि एक से अधिक तरीके से किया जा सकता है।

व्यंजक के पदों का पुनः समूहन करते समय ध्यान रखेगे कि कम से कम एक सार्व पद हो आइए प्रयास करे।

$$4xy + 4x + 3y + 3 = (4xy + 3y) + (4x + 3)$$

$$= (2 \times 2 \times x \times y + 3 \times y) + (2 \times 2 \times x + 3 \times 1)$$

© JCERT not to be republished

$= y(4x + 3) + 1 \times (4x + 3)$

$= (4x + 3)\ (y + 1)$

ऐसा करने पर हमने देखा परिणाम वही है। केवल क्रम में भिन्नता दिखाई दे रही है।

उदाहरण : $10x^2 - 18x^3 + 20x^4$ के गुणनखण्ड कीजिए।

हल : $10x^2 = 2 \times 5 \times x \times x$

$18x^3 = 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x$

$20x^4 = 2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x$

इन तीनो पदो में 2, x और x सार्व गुणनखण्ड है,

अतः $10x^2 - 18x^3 + 20x^4 = 2 \times 5 \times x \times x - 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x$

$- 2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x$

$= 2 \times x \times x \times [5 - 3 \times 3 \times x - 2 \times 5 \times x \times x]$

$= 2 \times x \times x \times (5 - 9x - 10x^2)$

$= 2x^2\ (-10x^2 - 9x + 5)$

क्या आप देखा रहे है। एक व्यंजक के गुणनखण्ड रूप में केवल एक हो पद होता है।

पदों के पुनः समूहन द्वारा गुणनखण्डन :

व्यंजन $4xy + 4x + 3y + 3$ पर ध्यान देते है। तो हम पाते है कि इसके सभी पदो में कोई सार्व गुणनखण्ड नहीं है। केवल पहले दो पदों में सार्व गुणनखण्ड 4 एवं y है तथा अंतिम दो पदों में सार्व गुणनखण्ड 9 है।

अब हम $4xy + 4x$ को गुणनखण्ड रूप में लिखेंगे।

$4xy + 4x = 2 \times 2 \times x \times y + 2 \times 2 \times x \times 1$

$= 2 \times 2 \times x \times (y + 1)$

$= 4x \times (y + 1)$

उदाहरण : $6ab - b^2 + 12ac - 2bc$ के गुणनखण्ड कीजिए।

$(6a - b)$ और $(b + 2c)$ है।

© JCERT not to be republished

प्रश्नावली 7.1

1. दिए गए पदो में सार्व गुणनखण्ड ज्ञात कीजिए।

(*i*) $24x$, 27 (*ii*) $35a^2b$, $28ab^2$

(*iii*) $36ab$, $56a^2$ (*iv*) $18ab$, $12a^2b$

(*v*) $10p^2$, $5p$, 20 (*vi*) $6p^2q^3$, $30p^3q^2 - 12p^2q^2$

2. (*i*) $12x - 20$ (*ii*) $6x + 15$

(*iii*) $8x^2 + 10xy$ (*iv*) $-32p + 40p^2$

(*v*) $10a^2b - 15abc$ (*vi*) $x^2y - 15xy^2$

(*vii*) $-18a^2 + 12ab - 24ca$ (*viii*) $a^3b^2c^2 - ab^2c^3 + a^2b^2c$

3. गुणनखण्ड कीजिए।

(*i*) $x^2 + xy - 9x - 9y$ (*ii*) $9ab - 6a + 12b - 8$

(*iii*) $2a^2 + 3a - 2ab - 3b$ (*iv*) $m^2 + 2mn - 3m^2 - 6mn$

(*v*) $xz + 2y - x - 2yz$ (*vi*) $8x - 7y - 56 - xy$

© JCERT not to be republished

सर्वसमिकाओ के प्रयोग द्वारा गुणनखण्ड हम सार्वसमिकाओं के बारे में पहले पढ़ चुके है। जो निम्नलिखित है।

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ...(i)$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad ...(ii)$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad ...(iii)$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab \quad ...(iv)$$

आइए अब उपर्युक्त सर्वसमिकाओ के प्रयोग से हम बीजीय व्यंजको का गुणनखण्ड करेंगे।

उदाहरण : $x^2 + 10x + 25$ का गुणनखण्ड कीजिए।

हल : इस व्यंजक में तीन पद है इसका मध्य पद धनात्मक है साथ ही पहला और तीसरा पद पूर्ण वर्ग है। अतः यह $a^2 + 2ab + b^2$ के रूप का है।

$$x^2 + 10x + 25 = (x)^2 + 2 \times x \times 5 + (5)^2$$

$$[a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2]$$

$$= (x + 5)^2$$

$$= (x + 5)(x + 5)$$

उदाहरण : $16y^2 - 24y + 9$ का गुणनखण्ड कीजिए।

हल : $16y^2 - 24y + 9 = (4y)^2 - 2 \times 4y \times 3 + (3)^2$

$= (4y - 3)^2 = (4y - 3)\ (4y - 3)$

(सर्वसमिका (ii) $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ से)

उदाहरण : $81m^2 - 121$ का गुणनखण्ड कीजिए।

हल : यहाँ दो पद है दोनो पूर्ण वर्ग है तथा दूसरा पद ऋणात्मक भी है।

सर्वसमिका (iii) $a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$ का प्रयोग करने पर

$81m^2 - 121 = (9m^2) - (11)^2$

$= (9m + 11)\ (9m - 11)$

उदाहरण : $9p^4 + 12p^2q^2 + 4q^4$ का गुणनखण्ड कीजिए।

हल : यहाँ $9p^4 = (3p^2)^2,\ 4q^2 = (2q^2)^2$

$= (3p^2)^2 \times 2 \times 3p^2 \times 2q^2 + (2q^2)^2$

$= (3p^2 + 2q^2)^2 = (3p^2 + 2q^2)\ (3p^2 + 2q^2)$

(सर्वसमिका (ii) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ से)

उदाहरण : $y^4 - (z - x)^4$ का गुणनखण्ड कीजिए।

हल : $y^4 - (z - x)^4 = (y^2)^2 - [(z + x)^2]^2$

$= [y^2 + (z - x)^2]\ [y^2 - (z - x)^2]$

$= [y^2 + z^2 - 2zx + x^2]\ [\mathrm{y} + \mathrm{z} - \mathrm{x}]\ [y - (z - x)]$

$= (y^2 + z^2 - 2zx + x^2)\ (y + z - x)\ (y - z + x)$

$(x + a)\ (x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ के रूप :

गुणनखण्ड : आइए अब हम सीखेगे कि एक चर वाले व्यंजको जैसे– $x^2 + 7x + 6$, $y^2\ 6x + 12$, $z^2 - 2x - 15$ इत्यादि का गुणनखण्ड किस प्रकार करेगें क्योकि यह $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ $(k\, a^2b^2)$ के रूप का नहीं है।

परन्तु यह $x^2 + (a + b)x + ab$ के जैसा दिखता है। इसलिए हम सर्वसमिका $(x + a)$ $(z + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ का प्रयोग कर सकते है।

इसे हम उदाहरण द्वारा समझेगे।

© JCERT not to be republished

उदाहरण : $x^2 + 7x + 6$ का गुणनखण्ड कीजिए।

हल : सर्वसमिका $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ से तुलना करने पर, $a + b = 7$, $ab = 6$

इसका अर्थ यह हुआ कि 6 का गुणनखण्ड a तथा b है और इनका योगफल 5 है।

अब, $6 = 1^x6 = 2^x3$

हम यहाँ 6 का गुणनखण्ड 1 और 6 लेंगे क्योंकि 1 और 6 के गुणनफल 6 तथा योगफल 7 है।

अर्थात, $1 + 6 = 7,\ 1 \times 6 = 6$

अतः $a = 1,\ b = 6$

चूंकि $x^2 + 7x + 6 = x^2 + (1 + 6)x + 1 \times 6$

$= (x + 1)(x + 6)$

$[x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)]$

उदाहरण 10 : $a^2 - 9a + 20$ के गुणनखण्ड कीजिए।

हल : यहाँ $ab = 20 = (-4)(-5)$

$a + b = -9 = (-4) + (-5)$ $[20 = 4 \times 5]$

अतः $a^2 - 9a + 20 = a^2 + (-9)a + 20$

$= a^2\ [-4 + (-5)]\ a + (-4)(-5)$

$= [a + (-4)]\ [a + (-5)]$

$= (a - 4)(a - 5)$

$[x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)]$

आइए गुणनखण्ड के कुछ अन्य विधि को उदाहरण द्वारा समझेंगे।

उदाहरण 11 : $x^2 + 10x + 24$ के गुणनखण्ड कीजिए।

हल : $x^2 + 10x + 24$

हल हम 24 को ऐसे दो गुणनखण्डों में बाँटेंगे ताकि उन दोनो को जोड़ने या घटाने पर 10 प्राप्त हो।

© JCERT not to be republished

$24 = 1 \times 24 = 2 \times 12 = 3 \times 8 = 4 \times 6 = 8 \times 3$

यहाँ 4 और 6 को जोड़ने पर 10 प्राप्त होता है।

अतः $x^2 + 10x + 24 = x^2 + (4 + 6)x + 4 \times 6$

$= x^2 + 4x + 6x + 24$

$= x(x + 4) + 6(x + 4)$

$= (x + 4)(x + 6)$

उदाहरण 12 : $2x^2 - 7x + 15$ का गुणनखण्ड कीजिए।

हल : यहाँ दिए गए व्यंजक में,

$2 \times 15 = 30$

अब, 30 के ऐसे दो गुणनखण्डों में बॉटेंगे ताकि उन दोनो को जोड़ने या घटाने पर –7 प्राप्त हो।

$30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6$

यहाँ 3 मे 10 घटाने पर –7 प्राप्त होता है।

अतः $2x^2 - 7x + 15 = 2x^2 + 3x - 10x - 15$

$= x(2x + 3) - 5(2x + 3)$

$= (x - 5)(2x + 3)$

© JCERT not to be republished

प्रश्नावली 7.2

1. निम्न व्यंजको के गुणनखण्ड कीजिए।

(i) $a^2 + 18a + 81$
(ii) $x^2 - 10m + 25$
(iii) $2x^2 + 16 + 32$
(iv) $3y^2 - 30y + 75$
(v) $9p^4 + 12p^2 + 4q^2$
(vi) $x^2/4 - 2x + 4$
(vii) $(2x + y)^2 + 8xy$
(viii) $(a - 3b)^2 + 12ab$

2. निम्न व्यंजको के गुणनखण्ड कीजिए।

(i) $x^2 - 16$
(ii) $4a^2 - 9b^2$
(iii) $121x^5 - 169x^3$
(iv) $81a^2 - 64b^2$
(v) $9a^2 - 12ab + 4b^2 - 16c^2$
(vi) $a^4 - b^4$
(vii) $y^4 - (z + x)^4$
(viii) $x^2/16 - 25/y^2$

3. निम्न व्यंजकों का गुणनखण्ड कीजिए।

(i) $x^2 + 13x + 36$

(ii) $a^2 + 16p + 63$

(iii) $x^2 - 11 \times 30$

(iv) $a^2 - 6a - 40$

(v) $y^2 - 5y - 24$

(vi) $a^2 - a - 12$

(vii) $3x^2 + 5x - 2$

(viii) $4x^2 + x - 3$

बीजीय व्यंजको का विभाजन

हम बीजीय व्यंजको का जोड़ घटाव और गुणा सीख चुके हैं। अब दो व्यंजको का विभाजन कैसे किया जाता है इस पर चर्चा करेंगे।

हम जानते हैं कि विभाजन (division) गुणन (multi plecation) को प्रतिलोम संक्रिया है।

इस प्रकार $8 \times 5 = 40$ से $40 \div 8 = 5$ प्राप्त होता है।

इसका उपयोग हम बीजीय व्यंजकों के विभाजन के लिए भी कर सकते है। उदाहरणार्थ,

$$4x \times 7x^2 = 28x^3 = 28x^3 \div 7x^2 = 4x$$

तथा $28x^3 \div 4x = 7x^2$

$$6y^2 \times 2y = 12y^3 = 12y^3 \div 6y^2 = 2y$$

तथा $12y^3 \div 2y = 6y^2$

एक पदी व्यंजक का एक पदी व्यंनक से विभाजन

$15x^3 \div 3x$ पर विचार करते हैं।

सबसे पहले दोनो व्यंजको को अखण्डनीय गुणनखण्ड करते है।

$$15x^3 = 3 \times 5 \times x \times x \times x$$

$$3x = 3 \times x$$

अब हम $3x$ को अलग करने के लिए $15x^3$ के गुणनखण्डों के समूह बनाते हैं।

$$15x^3 = 3 \times x \times (5 \times x \times x)$$

$$= (3x) \times (5x^2)$$

इस प्रकार,

$$15x^3 \div 3x = (3x) \times (5x^2) \div 3x = 5x^2$$

© JCERT not to be republished

संक्षिप्त विधि:

$$15x^3 \div 3x = 15x^3/3x = 3 \times 5 \times x \times x \times x/3 \times x = 5 \times x \times x$$

$$= 5x^2$$

इसी प्रकार,

$$20x^4 \div 5x^2 = 20x^4/5x^2 = 2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x/5 \times x \times x$$

$$24 \div 4 = 24/4 = 4 \times 6/4 = 6$$

उदाहरण 13 : निम्नलिखित का विभाजन कीजिए।

(*i*) $-40x^4 \div 8x^3$ (*ii*) $12x^2y^2z \div 8xy^2z$

हल : (*i*) $-40x^2 \div 8x^3$

$$-40x^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x$$

$$8x^3 = 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x$$

अत: $-40x^4 \div 8x^3$

$$= -2 \times 2 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times x$$

$$8x^3 = 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x$$

$$= -5 \times x = -5x$$

(*ii*) $12x^2y^2z \div 4xy^2z$

$$12x^2y^2z = 2 \times 2 \times 3 \times x \times x \times y \times y \times z$$

$$4xy^2z = 2 \times 2 \times x \times y \times y \times z$$

अत: $12x^2y^2z \div 4xy^2z$

$$12x^2y^2z = 2 \times 2 \times 3 \times x \times x \times y \times y \times z$$

$$4xy^2z = 2 \times 2 \times x \times y \times y \times z$$

$$= 3 \times x \times z = 3xz$$

प्रयास कीजिए

विभाजन कीजिए–

(*i*) $49x^2y^2z^2$ (*ii*) $120p^2q \div 15pq$

© JCERT not to be republished

एक बहुपद का एक पद से विभाजन

आइए एक त्रिपद (trinomial) $8x^2 - 6x^2 + 3x$ का एकपदी $2x$ से विभाजन किस प्रकार करते है इसे समझते है।

पहली विधिः यहाँ हम बहुपद के प्रत्येक पद को गुणनखंड कर उन सभी का सार्व का सार्व गुणनखण्ड $2x$ प्राप्त करते है।

$$8x^3 - 6x^2 + 3x = 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x$$

$$- 2 \times 3 \times x \times x \times + 2 \times 3x/2x$$

$$= 2x\ (4x^2) - 2x\ (3x) + 2x$$

अतः $$8x^2 - 6x^2 + 3x \div 2x = \frac{8x^2 - 6x^2 + 3x}{2x}$$

$$= \frac{2x\ (4x^2 - 3x + 3/2)}{2x}$$

$$= 4x^2 3x + 3/2$$

दूसरी विधिः निरस्तीकरण की विधि का प्रयोग करते हुए विभाजन।

यहाँ हम अंश में बहुपद के प्रत्येक पद को हर एक एकपदी में भाग देते हैं।

$$8x^3 - 6x^2 + 3x \div 2x = \frac{8x^3 - 6x^2 + 3x}{2x}$$

$$= 4x^2 - 3x + 3/2$$

उदाहरण 14 : उपरोक्त दोनों विधियों का प्रयोग कर $3x^2y + 2x^2y + 15xy$ को $3xy$ से भाग दीजिए।

हल : **पहली विधिः**

$$3x^2y + 2x^2y + 15xy = 3 \times x \times x \times y + 2/3 \times 3 \times x \times x \times y$$

$$+ 3 \times 5 \times x \times y$$

$$= 3xy \times x + 3x^2y \times 2/3 + 3xy \times 5$$

$$= 3xy \times (x + \frac{2x}{3} + 5)$$

$$3xy = 3 \times x \times y$$

© JCERT not to be republished

अतः $3x^3y + 2x^2y + 15xy \div 3xy = \dfrac{3x^3y + 2x^2y + 15xy}{3xy}$

$= \dfrac{3xy\ (x^2 + 2x/3 + 5)}{3xy} \qquad = x^2 + 2x/3 + 5$

दूसरी विधिः

$(3x^3y + 2x^2y + 15xy) \div 3xy$

$= \dfrac{3x^3y}{3xy} + \dfrac{2x^2y}{3xy} + \dfrac{15xy}{3xy}$

$= x^2 + 2/3x + 5$

बहुपद का बहुपद से विभाजन

$(6y^2 + 3y) \div (2y + 1)$ पर विचार करते हैं।

$6y^2 + 3y = 2 \times 3 \times y \times y + 3 \times y \times 1$

$= 3 \times y \times (2 \times y + 1)$

$= 3y\ (2y + 1)$

अतः $(6y^2 + 3y) \div (2y + 1) = \dfrac{6y^2 + 3y}{2y + 1}$

$= \dfrac{3y\ (2y + 1)}{(2y + 1)} = 3y$

उदाहरण 15 : $(x^3 + 7x^2 10x)$ को $x(x + 5)$ से भाग दीजिए।

हल : $x^3 + 7x^2 + 10x = x \times x \times x + 7 \times x \times x + 2 \times 5 \times x$

$= x \times (x^2 + 7x \times 10)$

$= x\ [x^2 + 2x + 5x + 10]$

$= x\ [x(x + 2) + 5(x + 2)]$

$= x\ (x + 2)\ (x + 5)$

© JCERT not to be republished

अतः $(x^3 + 7x^2 10x) \div x(x + 5) = \dfrac{x^3 + 7x^2 10x}{x(x + 5)}$

$= \dfrac{x\,(x + 2)\,(x + 5)}{x(x + 5)} = x + 2$

उदाहरण 16 : $(x^4 - y^4)$ को $(x^2 - y^2)$ से भाग दीजिए।

हल : $x^4 - y^4 = (x^2)^2 - (y^2)^2$

$= (x^2 + y^2)\,(x^2 - y^2)$

अतः $(x^4 - y^4) \div (x^2 - y^2) = \dfrac{x^4 - y^4}{x^2 - y^2}$

$= \dfrac{(x^2 + y^2)\,(x^2 - y^2)}{x^2 - y^2} = x^2 + y^2$

प्रश्नावली 7.3

1. निम्नलिखित का विभाजन कीजिए।
   (*i*) $72x^2 - y \div 9xy$
   (*ii*) $+64abc \div 8b$
   (*iii*) $28a^2b \div 12ab$
   (*iv*) $38a^3b^2 \div 57ab^2c$
   (*v*) $21x^2y^7 \div (-14x^2y^4)$
   (*vi*) $-24m^2n^4p^3 \div 16mn^2p^3$

2. निम्नलिखित का विभाजन कीजिए।
   (*i*) $(9x^2y + 6y) \div 9xy$
   (*ii*) $(4m^2 - 26m^2 + 6m) \div 4m$
   (*iii*) $(4z^3 + 6z^2 - z) \div (-2z)$
   (*iv*) $(8a^2b^3 + 7a^2b^2) \div (-a^2b^2)$
   (*v*) $(24pqr - 36pq + 48qr) \div (-12q)$
   (*vi*) $(44a^3b^6 - 121a^7b^5 + 33a^6b^3) \div (22a^3b^3)$

3. निम्नलिखित का विभाजन कीजिए।
   (*i*) $(10x - 30) \div (x - 3)$
   (*ii*) $10y(6y + 21) \div 5(2y + 7)$
   (*iii*) $9x^2y^2(3z - 24) \div 24xy(z - 8)$
   (*iv*) $(14x + 21y) \div (2x - 3y)$
   (*v*) $96xyz(3x - 12)\,(5y - 30) \div 144(x - y)\,(y - 6)$

© JCERT not to be republished

4. भाग दीजिए।

(i) $8(3x + 4y)(x - 2y) \div (x - 7y)$

(ii) $-48x^3y^3(5x - 2y)\ (6x - y) \div 36x^2y(6x - y)$

(iii) $(32x^2 28xy) \div x(4x - y)$

(iv) $35a^2b^2(6a - 9b) \div 15ab(2a - 3b)$

5. गुणनखण्ड विधि से भाग दीजिए।

(i) $(4x^2 - 24) \div (2x + 5)$ (ii) $(16x^4y^4) \div (2x - y)$

(iii) $(x^2 - 17x - 38) \div (x + 2)$ (iv) $(5a^2 - 55a + 150) \div (a - 6)$

उत्तरमाला

प्रश्नावली 7.1:

1. (i) 3 (ii) $7ab$ (iii) $9a$ (iv) $6ab$

   (v) 5 (vi) $6p^2q^2$

2. (i) $4(3x - 5)$ (ii) $3(2x + 5)$ (iii) $2x(4x + 5y)$ (iv) $8p(-4 + 5p^2)$

   (v) $5ab(2a - 3c)$ (vi) $xy(x - 15y)$

   (vii) $6a(-3a + 2b - 4c)$ (viii) $ab^2c\ (a^2c - c^2 + ab)$

3. (i) $(x + y)\ (x - 9)$ (ii) $(3a + 4)\ (3b - 2)$

   (iii) $(a - b)\ (2a + 3)$ (iv) $-2m(m + 2n)$

   (v) $(x - 2y)\ (z - 1)$ (vi) $(x - 7)\ (y + 8)$

प्रश्नावली 7.2:

1. (i) $(a + 9)\ (a + 9)$ (ii) $(x - 5)\ (x - 5)$

   (iii) $2(x + 4)\ (x + 4)$ (iv) $3(y - 5)\ (y - 5)$

   (v) $(3p^2 2q)\ (3p^2 + 2q)$ (vi) $(x - 4)\ (x + 4)$

   (vii) $(2x - y)\ (2x - y)$ (viii) $(a + 3b)\ (a + 3b)$

2. (i) $(x + 4)\ (x - 4)$ (ii) $(2a + 3b)\ (2a + 3b)$

   (iii) $x^2(11x + 13)\ (11x - 13)$ (iv) $(9a + 8b)\ (9a - 8b)$

   (v) $(3a - 2b + 4c)\ (3a - 2b + 4c)$ (vi) $(a + b)\ (a - b)\ (a^2 + b^2)$

   (vii) $(y + z + x)\ (y - z - x)\ (y^2 + z^2 + 2zx + x^2)$

   (viii) $(x/4 + 5/y)\ (x/4 - 5/y)$

© JCERT not to be republished

3. (*i*) $(x + 4)(x + 9)$ (*ii*) $(a + 7)(a + 9)$

(*iii*) $(x + 5)(x + 6)$ (*iv*) $(a - 10)(a + 4)$

(*v*) $(y - 8)(y + 3)$ (*vi*) $(a - 4)(a + 3)$

(*vii*) $(3x - 1)(x + 2)$ (*viii*) $(4x - 3)(x + 1)$

प्रश्नावली 7.3:

1. (*i*) $8x$ (*ii*) $8ac$ (*iii*) $7/3a$ (*iv*) $2/3a^2$

(*v*) $-3/2x^2y^3$ (*vi*) $-3/2mn^2$

2. (*i*) $3x^2 - 2$ (*ii*) $m^2 - 13/m - 3/2$

(*iii*) $-2z^2 - 3z + 1/2$ (*iv*) $-4a + 6b - 7$

(*v*) $-2pr - 3p - 4r$ (*vi*) $2b^2 - 11/2a^4b^2 + 3/2a^3$

3. (*i*) 10 (*ii*) $6y$ (*iii*) xy (*iv*) 7

(*v*) $10xyz$

4. (*i*) $8(3x + 4y)$ (*ii*) $-4/3xy^2(5x - 2y)$

(*iii*) 8 (*iv*) $7ab$

5. (*i*) $2x - 5$ (*ii*) $(4x^2 + y^2)(2x + y)$

(*iii*) $(x - 19)$ (*iv*) $5(a - 5)$

© JCERT not to be republished