



एक चर वाले रैखिक समीकरण

मुख्य अवधारणाएँ

■ चर एवं घात

■ रैखिक समीकरण

सिखने के प्रतिफल

■ चरों का प्रयोग कर दैनिक जीवन की समस्याएँ तथा पहेली हल करते हैं।

8.1 भूमिका (Introduction)

‘हमने बीजीय व्यंजकों और समीकरणों के विषय में पिछली कक्षा में अध्ययन किया है। बीजीय व्यंजक के उदाहरण हैं—

$$7x, 3x + 5, 6xy + 7, x^2 + y^2, xyz + 3, x + y, x^3 + 1$$

उपर्युक्त उदाहरणों में से कुछ एक चर तथा कुछ एक से अधिक चर वाले व्यंजक हैं। इसी प्रकार इनमें में कुछ एक घात तथा एक से अधिक घात वाले व्यंजक हैं।

व्यंजक	चरमान	घात
$5x$	1	1
$x^2 + 3$	1	2
$3x^2 + y$	2	2
$x^2yz - 7y$	3	4

$$m x + 8 = 20, y - 3 = 7, 3p^2 = 15, 2x + 3 = 5 \text{ इत्यादि।}$$

समीकरणों के उदाहरण हैं।

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

यह अध्ययन कर चुके हैं कि समीकरण में बराबर (=) चिन्ह की तरह समीकरण भी एक चर वाले या एक से अधिक चर वाले हो सकते हैं। इसमें के कुछ एक घात तथा एक से अधिक घात वाले समीकरण होते हैं।

8.2 रैखिक समीकरण (Linear Equation)

एक घात वाले समीकरण को रैखिक समीकरण कहा जाता है। जैसे— $x + 7 = 15$ एवं $x + y = 10$ इत्यादि।

परंतु $x^2 + 7 = 0$, $x + y^2 = 5$, $y^4 - y^2 - 7 = 0$ रैखिक प्रक्रिया नहीं है क्योंकि रैखिक समीकरण में घात एक से अधिक है।

8.3 चर (Variable)

चर से तात्पर्य है कि विचरण अर्थात् जिसका मान स्थिर नहीं होता है, सदैव बदलता रहता है। यह भिन्न-भिन्न समीकरण के लिए भिन्न-भिन्न मान देता है। इसे दिए गए y, z, l, m, n आदि से दर्शाते हैं।

समीकरण का हल—चर का वह मान जिससे दोनों पक्षों का मान बराबर हो, वह समीकरण का हल कहलाता है।

सरल समीकरण को हल करने के निम्नलिखित नियमों का प्रयोग आप सीख चुके हैं। इन्हें एक बार पुनरावृत्ति कर लीजिए।

- (1) समीकरण के किसी पद को उसका चिन्ह बदलकर एक पक्ष से दूसरे पक्ष में ले जा सकते हैं। इस प्रक्रिया को पक्षांतर करना कहते हैं। **उदाहरण**— $4x + 7 = 3x + 8$ के स्थान पर $4x - 3x = 8 - 7$ लिखा जा सकता है।
- (2) समीकरण को हल करने में सभी अज्ञात राशि वाले पदों, अर्थात् किसी अज्ञात राशि वाले पदों को बाईं ओर और शेष पदों को दाईं ओर लिखते हैं।
- (3) यदि किसी समीकरण के दोनों पक्षों के प्रत्येक पद का चिन्ह बदल दिया जाए तो समीकरण हल में अर्थात् अज्ञात राशि के मान में कोई अंतर नहीं पड़ता है। **उदाहरण**— $3x + 6 = x + 5$ के स्थान पर $-3x - 6 = -x - 5$ लिखा जा सकता है।
- (4) यदि किसी समीकरण के बाएँ पक्ष के सभी पदों को दाहिने पक्ष में और दाहिने पक्ष के सभी पदों को बाएँ पक्ष में लाया जाए तो चिन्ह बदलने की आवश्यकता नहीं है और इससे समीकरण का समाधान या अज्ञात राशि का मान में कोई अंतर नहीं पड़ता है।
- (5) समीकरणों के दोनों पक्षों में अज्ञात राशि का मान रखकर सरल करने से यदि दोनों पक्षों का मान बराबर हो जाए तो समझना चाहिए कि समीकरण का हल ठीक है।

(6) काट नियम— (i) यदि $a + b = a + c$ तो $b = c$

(ii) $a = 0$ और $ab - ac$ तो $b = c$ होगा।

समीकरण हल करने की विधि—एक समीकरण के दोनों पक्षों में एक की संख्या (शून्य को छोड़कर) को जोड़ने, घटाने, गुणा या भाग करने से समीकरण के संतुलन में कोई बदलाव नहीं होता है।

उदाहरण—समीकरण $5x + 4 = 19$ को हल कीजिए।

$5x + 4$	19
----------	------

दोनों ओर 4 घटाने पर

$5x + 4 - 4$	$19 - 4$
--------------	----------

$5x$	15
------	------

दोनों ओर 5 से भाग देने पर

$\frac{5x}{5}$	$\frac{15}{5}$
----------------	----------------

x	3
-----	-----

अतः $x = 3$ समीकरण का हल है।

उदाहरण 1. हल कीजिए—

(a) $3x + 7 = 12$

(b) $2x + 3 = 7$

हल : (a) $3x + 7 = 12$

$$3x = 12 - 7 = 5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

(b) $2x + 3 = 7$

$$2x = 7 - 3 = 4$$

$$\therefore x = \frac{4}{2} = 2$$

$$x = +2.$$

उदाहरण 2. हल कीजिए— $15 + \frac{x}{2} = 25$.

हल : $\frac{x}{2} = 25 - 15 = 10$

$\therefore \frac{x}{2} = \frac{10}{1}$

$\therefore x = 10 \times 2 = 20$

जाँच: L.H.S. $= 15 + \frac{x}{2} = 15 + \frac{20}{2} = 15 + 10 = 25$

R.H.S. $= 25$

अतः L.H.S. $=$ R.H.S. (सत्यापित)

उदाहरण 3. हल कीजिए एवं जाँच कीजिए— $\frac{3}{7} + x = \frac{17}{7}$

हल : $x = \frac{17}{7} - \frac{3}{7} = \frac{17-3}{7} = \frac{14}{7} = 2$

$\therefore x = 2$

L.H.S. $= \frac{3}{7} + x = \frac{3}{7} + \frac{2}{1} = \frac{3+14}{7} = \frac{17}{7}$

R.H.S. $= \frac{17}{7}$

अतः L.H.S. $=$ R.H.S. (सत्यापित)

उदाहरण 4. हल कीजिए और उत्तर की जाँच कीजिए—

$5x + 7 = 2x - 8$.

हल : $5x + 7 = 2x - 8$

$5x - 2x = -8 - 7$

$\therefore 3x = -15$

$\therefore x = \frac{-15}{3} = -5$

L.H.S. $= 5x + 7 = 5 \times -5 + 7 = -25 + 7 = -18$

R.H.S. $= 2x - 8 = 2 \times -5 - 8 = -10 - 8 = -18$

अतः L.H.S. $=$ R.H.S. (सत्यापित)

उदाहरण 5. दो संख्याओं का अंतर 20 है यदि छोटी संख्या x है, तो बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : $\therefore$ बड़ी संख्या – छोटी संख्या = 20 (प्रश्न से दिया है है, छोटी संख्या = x)

$$\text{बड़ी संख्या} - x = 20$$

$$\therefore \text{बड़ी संख्या} = 20 + x$$

प्रश्न 6. तीन लगातार विषम संख्याओं का जोड़ 285 है, तो संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : माना कि एक विषय संख्या = x तो अगली दो लगातार विषम संख्या क्रमशः $x + 2$, $(x + 2) + 2$ है।

$\therefore$ तीन लगातार विषय संख्या $x, x + 2$ एवं $x + 4$ है।

प्रश्नानुसार $x + x + 2 + x + 4 = 285$

$$3x + 6 = 285$$

$$\therefore 3x = 285 - 6 = 279$$

$$\therefore x = \frac{279}{3} = 93$$

$$x + 2 = 93 + 2 = 95$$

$$x + 4 = 93 + 4 = 97$$

अभी V संख्याएँ 93, 95, 97 हुई।

उदाहरण 7. यदि किसी संख्या के 5 गुने में 4 जोड़ा जाय तो योगफल संख्या के तीन गुने से 12 अधिक जाता है तो संख्या निकालिए।

हल : माना लिया कि संख्या x है।

प्रश्नानुसार, $(5x + 4) - (3x) = 12$

अर्थात् $5x + 4 - 3x = 12$

अर्थात् $2x + 4 = 12$

$$\therefore 2x = 8$$

$$\therefore x = \frac{8}{2} = 4$$

अतः संख्या = 4.

उदाहरण 8. किसी संख्या के दुगुने में 8 जोड़ने पर 32 प्राप्त होता है, वह संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : मान लिया कि संख्या x है।

प्रश्नानुसार $2x + 8 = 32$

$$\therefore 2x = 32 - 8 = 24$$

$$\therefore x = \frac{24}{2} = 12$$

उदाहरण 9. दो संख्याओं का अनुपात 2 रू 5 है और उनका अंतर 21 है तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

हल : दो संख्याओं का अनुपात $2x$ और $5x$ है।

प्रश्नानुसार, $5x - 2x = 21$

$$\therefore 3x = 21$$

$$\therefore x = \frac{21}{3} = 7$$

$$5x = 5 \times 7 = 35$$

$$\therefore 2x = 2 \times 7 = 14.$$

अतः दो संख्याएँ क्रमशः 14 और 35 है।

उदाहरण 20. राहुल के पिता की आयु, राहुल के वर्तमान आयु की तिगुनी है। 5 वर्ष के बाद, दोनों की आयु का योग 58 वर्ष हो जाता है। राहुल के पिता की वर्तमान आयु क्या है ?

हल : माना कि राहुल की वर्तमान आयु = x

राहुल के पिता की आयु = $3x$ वर्ष

5 वर्ष बाद राहुल की आयु = $(x + 5)$ वर्ष

5 वर्ष राहुल के पिता की आयु = $(3x + 5)$ वर्ष

प्रश्नानुसार, $x + 5 + 3x + 5 = 58$

$$4x + 10 = 58$$

$$\therefore 4x = 58 - 10 = 48$$

$$\therefore x = \frac{48}{4} = 12$$

राहुल के पिता की वर्तमान आयु = $3x = 3 \times 12 = 36$ वर्ष।

उदाहरण 11. जॉन के गुल्लक में 1 रुपया, 2 रुपया और 5 रुपया के सिक्के हैं। उनकी संख्याएँ

क्रमशः 5 रु 3 रु 2 के अनुपात में है। यदि गुल्लक में कुल 840 रुपया है तो प्रत्येक सिक्कों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : माना लिया कि 1 रुपया, 2 रुपया और 5 रुपया के सिक्कों का अनुपात क्रमशः $5x$, $3x$ और $2x$ है।

प्रश्नानुसार,

$$5x + 3x + 2x = 840$$

$$10x = 840$$

$$\therefore x = \frac{840}{10} = 84$$

$$\therefore 1 \text{ रु. के नोट की संख्या} = 5x = 5 \times 84 = 420$$

$$2 \text{ रु. के नोट की संख्या} = 3x = 3 \times 84 = 252$$

$$5 \text{ रु. के नोट की संख्या} = 2x = 2 \times 84 = 168$$

प्रश्नावली 8.1

1. निम्नलिखित में एक चर वाला रैखिक समीकरण कौन है ?

(a) $3x + 7$

(b) $6xy + 8$

(c) $xyz + 5$

(d) $x + y$

2. $3x^2 + y$ में चर का मान ज्ञात कीजिए—

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

3. समीकरण $y^2 + 11$ का घात कितना होगा ?

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

4. कौन रैखिक समीकरण नहीं है ज्ञात कीजिए ?

(a) $x + y = 7$

(b) $x - y = 8$

(c) $x + 6 = 9$

(d) $x^2 + 5 = 9$

5. $2y + 9 = 4$ हो y का मान ज्ञात कीजिए—

(a) $-\frac{5}{2}$

(b) $\frac{5}{2}$

(c) $\frac{3}{2}$

(d) $-\frac{7}{2}$

6. $\frac{x}{2} = -5$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

7. हल करें—

(a) $x + y = 7$

(b) $x - y = 8$

(c) $x + 6 = 9$

(d) $x^2 + 5 = 9$

(a) $2x - 1 = 7$

(b) $y - 7 = 8$

(c) $2x - 3 = 7$

(d) $3p - 4 = 20$

(e) $3(y + 2) = 15$

(f) $\frac{3}{7} + x = \frac{17}{7}$

(g) $x - \frac{3}{2} = \frac{7}{6}$

8. दो संख्याओं का अंतर 44 है, यदि उनमें छोटी संख्या x है, तो बड़ी संख्या ज्ञात करो।

9. दो संख्या का योगफल 24 है, यदि उनमें बड़ी संख्या y है तो छोटी संख्या ज्ञात कीजिए।
10. एक भिन्न का अंश x और हर y है। यदि हर में 1 जोड़ दिया जाय हो नई भिन्न राशि क्या होगी ?
11. 2 से विभाज्य चार लगातार संख्याओं का योग 164 है, तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
12. तीन लगातार पूर्णाकों का योग 51 है तो पूर्णांक ज्ञात कीजिए।
13. मोहन और सोहन की वर्तमान आयु का अनुपात 5 : 7 है। 4 वर्ष बाद दोनों की आयु का योग 32 हो जाएगा तो दोनों की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।
14. किसी संख्या के तीन गुने से 3 घटाया जाय तो परिणाम संख्या के पाँच गुने से 8 कम हो जाता है तो संख्या ज्ञात कीजिए।
15. किसी परिमेय संख्या का अंश उसके हर से 3 कम है। यदि अंश को तीन गुणा कर दिया जाय और हर को 20 से बढ़ा दिया जाय तो नई संख्या $\frac{1}{8}$ हो जाती है। मूल संख्या ज्ञात कीजिए।
16. दो अंकों की संख्या में इकाई स्थान का अंक दहाई स्थान के अंक से 2 अधिक है। यदि दोनों अंकों का जोड़ 12 है तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
17. दो अंकों वाली एक संख्या के अंकों का योग 9 है। इस संख्या के अंकों के स्थान बदलने पर प्राप्त संख्या दी गई संख्या से 27 अधिक है तो दी गई संख्या ज्ञात कीजिए।
18. एक आयत का परिमाप 13 सेमी तथा चौड़ाई $\frac{5}{2}$ सेमी है। आयत की लंबाई ज्ञात कीजिए।
19. सायरा के पास 2 रु. के सिक्कों की संख्या उसके 5 के सिक्कों की संख्या के तीन गुनी है। यदि सायरा के पास कुल 60 सिक्के हैं। ये आने पास 2 और 5 के कितने सिक्के होंगे।
20. पिता की उम्र पुत्र की उम्र की पाँच गुनी है। 10 वर्ष बाद पिता की उम्र पुत्र की उम्र की तिगुनी हो जाएगी। दोनों की वर्तमान उम्र ज्ञात कीजिए।
21. एक व्यक्ति अपना संपत्ति का $\frac{1}{3}$ हिस्सा पुत्र को, $\frac{1}{4}$ हिस्सा पुत्री को और $\frac{1}{5}$ हिस्सा पत्नी को दे देता है। यदि बची हुई सम्पत्ति का मूल्य 2600 रुपया हो, तो उस व्यक्ति का कुल सम्पत्ति का मूल्य ज्ञात कीजिए।
22. दो अंकों की एक संख्या है जिसके अंकों का योगफल 9 है। यदि इस संख्या के अंकों का स्थान परस्पर बदल दिये जाएं तो प्राप्त नई संख्या, मूल संख्या से 27 अधिक हो जाती है। मूल संख्या ज्ञात कीजिए।
23. शिवम के पास 50 रु., 20 रु. तथा 10 रु. वाले कुल मिलाकर 25 नोट है, जिनका मूल्य 590 रु. है। यदि 50 रु. तथा 20 रु. वाले नोटों की संख्या में अनुपात 3 : 5 है तो प्रत्येक प्रकार के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला 3.3

1. (a) $3x + 7$
2. (b) 2
3. (b) 2
4. (d) $x^2 + 5 = 9$
5. (a) $\frac{-5}{2}$
6. -10
7. (a) $x = 4$, (b) $y = 15$ (c) $x = 5$ (d) $y = 8$
(e) $y = 3$ (f) $x = 15$ (g) $x = \frac{1}{6}$ (h) $\frac{7}{4}$
8. $44 + y$
9. $24 - y$
10. $\frac{x}{y+1}$
11. 38, 40, 42, 44
12. 16, 17 एवं 18
13. 10 एवं 14 वर्ष
14. 3
15. $\frac{1}{4}$
16. 57
17. 36
18. 4000
19. 15, 45
20. पुत्र - 10 वर्ष, पिता - 50 वर्ष
21. कुल संपत्ति का मूल्य = 12000 रु.
22. 36
23. 50 रुपये वाले नोट = 6
20 रुपये वाले नोट = 10
10 रुपये वाले नोट = 9

समीकरण हल करना जिनके दोनों ही पक्ष में समान चर हो

$$5x - 6 = 2x + 15$$

$$5x - 2x = 15 + 6$$

$$3x = 21$$

$$\therefore x = \frac{21}{3} = 7.$$

उदाहरण 1. $\frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{x}{3} + \frac{1}{4}$ हल करें।

$$\text{हल : } \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{3x - 2x}{6} = \frac{5 + 4}{20}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{9}{20}$$

$$\therefore x \times 20 = 9 \times 6$$

$$\therefore x = \frac{9 \times 6}{20} = \frac{27}{10} = 2.7$$

उदाहरण 2. सीता की आयु गीत की आयु से तीन गुनी है। 10 वर्ष पश्चात् उसकी आयु गीत से दोगुनी हो जाएगी। दोनों की वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

हल : मान लिया कि गीत की वर्तमान आयु = y वर्ष

तथा सीता की वर्तमान आयु = $3y$ वर्ष होगी।

10 वर्ष बाद,

$$\text{गीता की आयु} = (y + 10) \text{ वर्ष}$$

$$\text{तथा सीता की आयु} = (3y + 10) \text{ वर्ष होगी।}$$

$$\text{प्रश्नानुसार, } 3y + 10 = 2(y + 10)$$

$$3y + 10 = 2y + 20$$

$$3y - 2y = 20 - 10$$

$$\therefore y = 10$$

$$\text{अतः गीता की वर्तमान आयु} = 10 \text{ वर्ष}$$

$$\text{सीता की वर्तमान आयु} = 30 \text{ वर्ष होगी।}$$

उदाहरण 3. $2x - 3 = x + 2$ को हल कीजिए एवं जाँच कीजिए।

हल : $2x - 3 = x + 2$

$$2x - x = 2 + 3$$

$$\therefore x = 5$$

$$\text{L.H.S.} = 2x - 3 = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$$

$$\text{R.H.S.} = x + 2 = 5 + 2 = 7$$

$$\therefore \text{L.H.S.} = \text{R.H.S.} \text{ (सत्यापित)}$$

उदाहरण 4. दो अंकों की संख्या में इकाई स्थान का अंक दहाई स्थान के अंक से 3 अधिक है यदि दोनों अंकों का जोड़ 11 है तो संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : माना कि दहाई स्थान का अंक = x

प्रश्न से दहाई स्थान का अंक = $x + 3$

प्रश्नानुसार, $x + (x + 3) = 11$

$$2x + 3 = 11$$

$$\therefore 2x = 11 - 3 = 8$$

$$\therefore x = 4$$

दहाई का अंक = $x = 4$

इकाई का अंक = $x + 3 = 4 + 3 = 7$

अतः संख्या 47 है।

प्रश्नावली 8.2

1. हल करें—

$$(a) \frac{2y+1}{4y-1} = 1$$

$$(b) 3x + 2 = 7$$

$$(c) \frac{7x-7}{3x} = 2$$

$$(d) \frac{5x-3}{5+2x} = 3$$

2. हल कीजिए—

$$(a) \frac{2x}{3} + 1 = \frac{7x}{15} + 3$$

$$(b) \frac{2x-1}{3} = \frac{6x-2}{5} = \frac{1}{3}$$

$$(c) \frac{x-8x}{3} + \frac{5x}{2} = 15$$

$$(d) \frac{7x+4}{5} + 1 = \frac{x-8}{10}$$

3. हल कीजिए—
- (a) $5(y - 3) = 3(2y + 1)$
- (b) $0.5x - (0.8 - 0.2x) = 0.2 - 0.3x$
- (c) $15(y - 4) - 2(y - 9) + 5(y + 6) = 0$
4. दो अंकों की संख्या का योगफल 8 है। यदि अंकों का स्थान बदल दें तो प्राप्त संख्या दी गई संख्या से 18 अधिक हो जाएगी। दी गई संख्या ज्ञात कीजिए।
5. किसी संख्या के स्थान में 5 जोड़कर, योगफल को 9 से गुणा करने पर गुणनफल 684 होता है, तो संख्या निकालिए।
6. दो संख्याओं का अंतर 100 है। यदि उनमें से बड़ी संख्या x है, तो छोटी संख्या ज्ञात कीजिए।
7. दो संख्याओं का योगफल 81 है और उनका अनुपात 4 रू 5 है तो संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
8. राम के पिता की आयु, राम की आयु की तिगुनी है। 10 वर्ष पहले राम के पिता की आयु, राम की आयु के पाँच गुनी थी। दोनों की आयु ज्ञात कीजिए।
9. विद्यालय में कुछ बच्चे पिकनिक मनाने गए हुए थे। उनमें से आधे बच्चे खेल रहे थे, एक तिहाई घूम रहे थे तथा शेष 14 बच्चे खाना बना रहे थे। ज्ञात कीजिए पिकनिक के लिए कितने बच्चे गए थे ?
10. संख्या 40 के दो भागों में इस प्रकार बाँटे कि पहली संख्या का $\frac{1}{5}$ भाग दूसरी संख्या के $\frac{1}{3}$ भाग के बराबर हो ?
11. आयताकार विद्यालय परिसर की लंबाई और चौड़ाई का अनुपात 5 : 3 है, विद्यालय परिसर के चारों ओर बाँस का घेरा लगाने में 15 रु. प्रति मीटर की दर से कुल 4800 रु. खर्च हुए। विद्यालय परिसर की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।
12. एक पिता की उम्र पुत्र की उम्र की चार गुनी है। 20 वर्षों के बाद पिता की उम्र, पुत्र की उम्र की दुगुनी हो जाती है तो दोनों की वर्तमान उम्र ज्ञात कीजिए।
13. निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए और अपने समाधान की जाँच कीजिए—
- (a) $\frac{3x+10}{2x-5} = 4$ (b) $\frac{2x+1}{3x-2} = \frac{5}{9}$ (c) $\frac{11z-53}{13z} = 9$
- (d) $\frac{5x-3}{3+2x} = 3$ (e) $\frac{0.2-x}{0.4-x} = 8$

रैखिक रूप में बदल जाने वाले समीकरण

उदाहरण 1. हल कीजिए— $\frac{5y-7}{4y+1} = \frac{6}{5}$

हल : यह समीकरण रैखिक नहीं है क्योंकि L.H.S. में व्यंजक रैखिक नहीं है। इस समीकरण को रैखिक में बदलने के लिए वज्र-गुणन विधि का उपयोग करेंगे।

या $5(5y-7) = 6(4y+1)$

या $25y-35 = 24y+6$

या $25y-24y = 6+35$

$\therefore x = 41.$

तिर्यक गुणनकृयदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, जहाँ $b \neq 0, d \neq 0$ तो तिर्यक गुणन के द्वारा $ad = bc$ फिर $\frac{a}{b} = c$ हो तो तिर्यक गुणन के द्वारा $a = bc$ जहाँ $b \neq 0, \frac{ax+c}{bx+d} = k$ रूप के समीकरण से अज्ञात राशि को इस प्राप्त करना, जहाँ a, b, c, d, k अचर राशियाँ है और $bx+d \neq 0$.

उदाहरण 2. मोहन और साहेन की वर्तमान आयु का अनुपात 4 : 5 है। 8 वर्ष बाद उनकी आयु का अनुपात 5 : 6 होगा। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

हल : मान लिया कि मोहन और सोहन की वर्तमान आयु क्रमशः $4x$ तथा $5x$ है।

8 वर्ष बाद मोहन की आयु = $(4x+8)$ वर्ष

8 वर्ष बाद सोहन की आयु = $(5x+8)$ वर्ष

प्रश्नानुसार, $\frac{4x+8}{5x+8} = \frac{5}{6}$

वज्र-गुणन करने पर

$$6(4x+8) = 5(5x+8)$$

$$24x+48 = 25x+40$$

$$24x-25x = 40-48$$

$$-x = -8$$

$\therefore x = 8$

अतः मोहन की वर्तमान आयु $(4x) = 4 \times 8 = 32$ वर्ष

तथा सोहन की वर्तमान आयु $(5x) = 5 \times 8 = 40$ वर्ष

प्रश्नावली 8.3

1. सरल कीजिए—

$$(a) \frac{8y-3}{3y} = 2 \quad (b) \frac{9p}{7-6p} = 15 \quad (c) \frac{3y+4}{2-6y} = \frac{-2}{5}$$

$$(d) \frac{8z}{7-3z} = 5 \quad (e) \frac{x}{x+15} = \frac{3}{2}$$

2. सरल कीजिए—

$$(a) 5(m+4) = 9(4m-5) \quad (b) 7(2x-5) + 2(5x+1) + 9(x+8) = 0$$

$$(c) 4(2y-3) + 3 = 2(y+3) - 3(y+1)$$

3. शिवम की आयु सत्यम की आयु की दुगुनी है। 5 वर्ष पहले उसकी आयु सत्यम की आयु की तिगुनी थी। दोनों की आयु ज्ञात कीजिए।

4. दो अंकों की एक संख्या में इकाई स्थान का अंक दहाई स्थान के अंक से 2 अधिक है, यदि दोनों अंकों का जोड़ 14 हो, तो संख्या ज्ञात कीजिए।

5. किसी परिमेय संख्या का अंश, हर से 8 कम है। यदि हर का 4 से बड़ा दिया जाये तो नई संख्या $\frac{1}{5}$ हो जाती है। मूल संख्या ज्ञात कीजिए।

6. एक परिमेय संख्या का हर, अंश से 4 अधिक है। यदि अंश और हर प्रत्येक में एक जोड़ दिया जाए तो $\frac{1}{2}$ प्राप्त होता है तो परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए।

7. किसी भिन्न का अंश, हर से 7 अधिक है। यदि अंश में 1 जोड़ दिया जाय तो हमें $\frac{3}{2}$ प्राप्त होता है तो भिन्न ज्ञात कीजिए।

8. राधा और सीमा की वर्तमान आयु का अनुपात 5 : 7 है। अब से 4 वर्ष के बाद उनकी आयु का अनुपात 3 : 4 हो जाएगा। उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला 8.2

1. (a) $y = 1$ (b) -2 (c) 7 (d) -12

2. (a) $x = 10$ (b) $x = -0.5$ (c) $x = 18$ (d) -2

3. (a) $y = -18$ (b) $x = 1$ (c) $y = \frac{2}{3}$

4. 35

5. 71

6. $x - 100$
7. 36, 45
8. 20 वर्ष, 60 वर्ष
9. 84
10. 25, 15
11. 100 रु., 60 रु.
12. पिता-40 वर्ष, पुत्र-10 वर्ष
13. (a) $x = 6$ (b) $x = \frac{-19}{3}$ (c) $z = \frac{1}{2}$
(d) $x = -12$ (e) $x = \frac{3}{7}$

उत्तरमाला 8.3

1. (a) $y = \frac{3}{2}$ (b) $p = \frac{35}{33}$ (c) $y = -8$
(d) $z = \frac{35}{23}$ (e) $x = -45$
2. (a) $m = \frac{65}{31}$ (b) $x = \frac{-13}{11}$ (c) $y = \frac{4}{3}$
3. शिवम की वर्तमान आयु = 20 वर्ष, सत्यम = 10 वर्ष
4. 68
5. $\frac{3}{11}$
6. 3
7. $\frac{20}{13}$
8. राधा = 20 वर्ष
सीमा = 28 वर्ष



© JCERT
not to be republished