पाठ

09

राशियों की तुलना

मुख्य अवधारणाएँ

- अनुपात का प्रतिशत
- बट्टा
- वैट (VAT)/GST
- ब्याज दर का अर्द्ध वार्षिक (त्रैमासिक संयोजन)
- वृद्धि / कमी प्रतिशत
- लाभ / हानि प्रतिशत
- चक्रवृद्धि ब्याज

सिखने के प्रतिफल

- प्रतिशत की अवधारण का प्रयोग, लाभ तथा हानि की स्थितियों में छूट की गणना, जी एक ही चक्रवृद्धि ब्याज की गणना के लिए करते हैं।

9.1 भूमिका (Introduction)

दो संख्याओं का राशियों की तुलना उनके मात्रा के अनुसार करते हैं। कभी तुलना करने के लिए अनुपात या प्रतिशत का भी उपयोग करते हैं।

अनुपात एवं प्रतिशत—दो संख्याओं या मात्राओं की तुलना करने के लिए अनुपात या भिन्न का उपयोग करते हैं।

जैसे—एक कक्षा में 15 लड़कियाँ तथा 10 लड़के हैं। उनकी संख्याओं तुलना इस प्रकार करते हैं—

लड़कियाँ तथा लड़कों का अनुपात $= 15 : 10$

भिन्न करने पर, अनुपात $= \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$

अतः कक्षा में कूल विद्यार्थियों में लड़कियाँ, लड़कों के 2 भाग की तुलना में 3 भाग है।

© JCERT not to be republished

प्रतिशत के रूप में—कुल विद्यार्थी की संख्या $= 25$

$$\text{लड़कियों की प्रतिशत} = \frac{15}{25} \times 100 = 60\%$$

$$\text{लड़कों का प्रतिशत} = \frac{10}{25} \times 100 = 40:$$

अतः लड़कियाँ 60% जबकि लड़के 40% है।

उदाहरण 1. एक विद्यालय में 750 विद्यार्थी हैं, जिसमें लड़कियों तथा लड़कों का अनुपात 8 : 7 है। लड़कियों की संख्या ज्ञात करें ?

हल : माना अनुपात $= x$

∴ लड़कियों का अनुपात $= 8x$

लड़कों का अनुपात $= 7x$

कूल विद्यार्थी $= 8x + 7x = 750$

$$15x = 750$$

$$x = \frac{750}{15} = 50$$

∴ लड़कियों की संख्या $= 8x = 8 \times 50 = 400.$

उदाहरण 2. एक कक्षा में विद्यार्थीयों की कुल संख्या का 60% लड़के हैं एवं लड़कों की संख्या 48 है। कक्षा में लड़कियों की संख्या बताएँ ?

हल : माना कक्षा में कुल विद्यार्थी $= x$

तो x का 60%, 48 है।

$$\therefore \quad x \times \frac{60}{100} = 48$$

$$x = 48 \times \frac{100}{60} = 80$$

कुल विद्यार्थी 80 है।

∴ लड़कियों की संख्या $= 80 - 48 = 32.$

वृद्धि प्रतिशत या कमी प्रतिशत—किसी संख्या या मात्रा में जब वृद्धि या कमी प्रतिशत के रूप में होता है, तो उसे वृद्धि प्रतिशत या कमी प्रतिशत कहलाता है।

जैसे—चीनी के दाम में 5% वृद्धि।

यदि चीनी का दाम 5 रु. प्रत किलो है, तो नया दाम

© JCERT not to be republished

$$50 + 50 \text{ का } 5 \text{ प्रतिशत} = 50 + 50 \times \frac{5}{100}$$
$$= 50 + 2.5 = 52.50 \text{ रु. प्रति किलो होगा।}$$

इस प्रकार कमी प्रतिशत को पहले की संख्या में घटाकर निकालते हैं।

उदाहरण 3. बाजार में मंदी के कारण कुर्सी के मूल्य में 10% की कमी हो गई। यदि कुर्सी का मूल्य 450 रु. है, तो नया मूल्य ज्ञात करें।

हल : कुर्सी का प्रारंभिक मूल्य = 450 रु.

$$\text{मूल्य में कमी} = 450 \text{ का } 10\%$$
$$= 450 \times \frac{10}{100} = 45 \text{ रु.}$$

अतः $$\text{नया मूल्य} = 450 - 45 = 405 \text{ रु.।}$$

बट्टा—जब किसी अवसर पर बाजार में सेल लगता है और दुकानदार द्वारा ग्राहकों को कुछ छूट प्रतिशत के रूप में दिया जाता है तो उसे बट्टा कहते हैं।

जैसे—साड़ी पर 5% की छूट, शर्ट–पैंट पर 20% की छूट आदि।

प्रारंभिक मूल्य में दिय गया छूट को घटाते हैं उसे नया मूल्य पर ग्राहकों को समान दिया जाता है।

उदाहरण 4. एक घड़ी का प्रारंभिक मूल्य 1200 रु. है। इस पर 15% बट्टा देने पर नया मूल्य क्या होगा ?

हल : $$\text{घड़ी का प्रारंभिक मूल्य} = 1200 \text{ रु.}$$
$$\text{बट्टा की राशि} = 1200 \text{ का } 15\%$$
$$= 1200 \times \frac{15}{100} = 180 \text{ रु.}$$

$\therefore$ $$\text{नया मूल्य} = 1200 - 180 = 1020 \text{ रु.।}$$

क्रय मूल्य, विक्रय मूल्य, लाभ/हानि प्रतिशत– एक दुकानदार जब किसी वस्तु को जिस मूल्य पर खरीदता है, तो उसे क्रय मूल्य कहते हैं। कुछ लाभ या हानि लेकर ग्राहक को जिस मूल्य पर बेचता है, तो उसे विक्रय मूल्य कहते हैं। दुकानदार को लाभ या हानि कोई भी हो सकता है। लाभ, हानि को कभी–कभी प्रतिशत के रूप में भी दिखाते हैं।

जैसे—15% लाभ, 10% हानि आदि।

15% लाभ का अर्थ हुआ कि दुकानदार 100 रु. की वस्तु 100 + 15 = 115 रु. में बेचता है।

महत्वपूर्ण सूत्र— $$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

© JCERT not to be republished

$$\text{प्रतिशत हानि} = \frac{\text{हानि} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

$$\text{हानि} = \text{क्रय मूल्य} - \text{विक्रय मूल्य}$$

नोट—जब विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से बड़ा होता है, तो लाभ होता है। विक्रय मूल्य, क्रय मूल्य से छोटा होने पर हानि होता है।

उदाहरण 5. एक दुकानदार 1200 रु. में एक पंखा खरीदता है। उस पर मरम्मत के लिए 300 रु. खर्च करके 2000 रु. में बेच देता है। लाभ या हानि प्रतिशत में ज्ञात करें।

हल : पंखा का क्रय मूल्य = 1200 रु.

मरम्मत में खर्च = 300 रु.

पंखा का कुल क्रय मूल्य = 1500 रु.

विक्रय मूल्य = 2000 रु.

चूँकि विक्रय मूल्य क्रय मूल्य से बड़ा है।

लाभ = विक्रय मूल्य – क्रम मूल्य

= 2000 – 1500 = 500 रु.

$$\therefore \quad \text{प्रतिशत लाभ} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्रय मूल्य}}$$

$$= \frac{500 \times 100}{1500} = 33.33\%$$

उदाहरण 6. 60 वस्तुओं का क्रय मूल्य 50 वस्तुओं के विक्रय मूल्य के बराबर हैं, तो प्रतिशत लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।

हल : 60 तथा 50 का LCM = 300

अब माना 60 वस्तुओं का क्रय मूल्य = 100

$$\text{1 वस्तुओं का क्रय मूल्य} = \frac{100}{60}$$

$$\therefore \quad \text{300 वस्तुओं का क्रय मूल्य} = \frac{100}{60} \times 300 = 5000$$

प्रश्न से, 50 वस्तुओं का विक्रय मूल्य = 60 वस्तुओं का क्रय मूल्य = 100

$$\text{1 वस्तुओं का विक्रय मूल्य} = \frac{100}{50} = 2 \text{ रु.}$$

© JCERT not to be republished

$$300 \text{ वस्तुओं का विक्रय मूल्य} = 300 \times 2 = 600 \text{ रु.}$$

$$\text{लाभ} = \text{वि. मू.} - \text{क्र. मू.} = 600 - 500 = 100 \text{ रु.}$$

$$\text{लाभ प्रतिशत} = \frac{\text{लाभ} \times 100}{\text{क्र. मू.}} = \frac{100 \times 100}{300} = 33.3\%$$

वस्तु एवं सेवा कार (VAT या GST)—वस्तु की बिक्री पर सरकार कुछ टैक्स (कर) लेती है। वह टैक्स दुकानदार द्वारा ग्राहकों से लिया जाता है, जिसे वस्तु एवं सेवा कर या VAT (वैट) कहते हैं। यह टैक्स विक्रय मूल्य पर लिया जाता है जिसे ग्राहक के बिल में इसे जोड़ दिया जाता है।

पहले सभी राज्यों द्वारा अलग–अलग VAT (वैट) लिया जाता था, जिससे सभी राज्यों में एक ही वस्तु का मूल्य अलग–अलग होता था। मूल्यों में एकरूपता लाने के लिए केन्द्र सरकार वस्तुओं पर टैक्स लेती है जिसे GST (Goods and Service Tax) कहते हैं। यह टैक्स केन्द्र तथा राज्य सरकारें आपस में बाँटती हैं। अलग–अलग पर GST अलग–अलग जैसे—12%, 18% तथा 28% होता है।

उदाहरण 7. 10% VAT (वैट) सहित रोहित ने एक सिंचाई मशीन 3300 रु. में खरीदा। VAT लगाने से पहले मशीन का मूल्य ज्ञात करें।

हल : माना मशीन का प्रारंभिक मूल्य $= x$

$$\text{VAT का राशि} = x \text{ का } 10\% = x \times \frac{10}{100}$$

$$= \frac{x}{10}$$

$$\text{VAT सहित मशीन का मूल्य} = x + \frac{x}{10}$$

या

$$3300 = \frac{11x}{10}$$

$$11x = 33000$$

$$x = \frac{33000}{11} = 3000 \text{ रु.}$$

$\therefore$ मशीन का प्रारंभिक मूल्य $= 3000$ रु.

चक्रवृद्धि ब्याज—जब बैंक, डाकघर, जीवन बीमा आदि में धन जमा करते हैं तो कुछ समय के बाद इस पर अतिरिक्त धन मिलता है, जिसे ब्याज या साधारण ब्याज कहते हैं।

लेकिन कुछ संस्थाओं द्वारा वर्ष के अंत में ब्याज के रूप में प्राप्त अतिरिक्त धन पर भी ब्याज मिलता है, तो उस अन्य अतिरिक्त धन को चक्रवृद्धि ब्याज कहते हैं।

जैसे—यदि 100 रु. का धन बैंक में 10% वार्षिक ब्याज दर से जमा करते हैं तो वर्ष के अंत में प्राप्त राशि

© JCERT not to be republished

$= 100 + 100$ का 10%

$= 100 + \frac{100}{10} = 100 + 10 = 110$ रु.

अतिरिक्त धन $= 100 - 10 = 10$ रु.

इसे ब्याज का साधारण ब्याज कहते हैं।

पुनः यदि अगले वर्ष के प्रारंभ में राशि $= 110$ रु.

वर्ष के अंत में प्राप्त राशि $= 110 + 110$ का 10%

$= 110 + 110 \times \frac{10}{100}$

$= 110 + 11 = 121$ रु.

अतिरिक्त धन $= 121 - 110 = 11$ रु.

यह 11 रु. को चक्रवृद्धि ब्याज कहते हैं।

महत्वपूर्ण सूत्र—

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100}$$

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन}\left(1+\frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{वर्ष की संख्या}}$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

उदाहरण 8. हरिश ने 15% वार्षिक दर से 2000 रु. उधार लिए $1\frac{1}{2}$ वर्ष बाद उसे कितना ब्याज देना होगा ?

हल : मूलधन $= 2000$ रु.

दर $= 15\%$

समय $= 1\frac{1}{2}$ वर्ष $= \frac{3}{2}$ वर्ष

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{समय} \times \text{दर}}{100}$$

$$= \frac{2000 \times 3 \times 15}{100 \times 2} = 300 \text{ रु.।}$$

उदाहरण 9. राधा 5% ब्याज की दर से 3 वर्ष के लिए 5000 रु. उधार लेती है जबकि ब्याज वार्षिक है। चक्रवृद्धि ब्याज तथा मिश्रधन ज्ञात करें ?

© JCERT not to be republished

हल : मूलधन $= 5000$ रु.

ब्याज दर $= 5\%$

समय $= 3$ वर्ष

$$\text{मिश्रधन} = \text{मूलधन}\left(1+\frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{वर्ष की संख्या}}$$

$$= 5000\left(1+\frac{5}{100}\right)^{3}$$

$$= 5000\times\left(\frac{21}{20}\right)^{3}$$

$$= 5000\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}\times\frac{21}{20}$$

$$= 5788.125 \text{ रु.}$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

$$= 5788.125 - 50000$$

$$= 788.125 \text{ रु.}$$

दर या वार्षिक अथवा अर्धवार्षिक संयोजन—मूलधन पर लगने वाला ब्याज दर 1 वर्ष पर, 6 माह पर का 3 माह (त्रैमासिक) पर हो सकता है। यदि ब्याज 6 माह पर (अर्द्ध वार्षिक) लागत है तो ब्याज की गणना वर्ष में दो बार किया जाता है।

अतः अर्द्धवार्षिक ब्याज संयोजन होने पर समय दुगुना तथा दर आधी कर दिया जाता है।

जैसे—
$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.)} = \text{मूलधन}\left[\left(1+\frac{R/2}{100}\right)^{2\times\text{वर्ष}}-1\right]$$

इसी प्रकार ब्याज त्रैमासिक होने पर समय चौगुना ब्याज दर एक–चौथाई कर दिया जाता है।

जैसे—
$$\text{C.I.} = \text{मूलधन}\left[\left(1+\frac{R/4}{100}\right)^{4\times\text{वर्ष}}-1\right]$$

उदाहरण 10. 1000 रु. पर $1\frac{1}{2}$ वर्ष के लिए 4% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात करें यदि ब्याज छमाही संयोजित होता है।

हल : मूलधन (P) $= 1000$ रु.

समय $(n) = 1\frac{1}{2}$ वर्ष $= \frac{3}{2}$ वर्ष

दर (R) $= 4\%$

© JCERT not to be republished

ब्याज छमाही संयोजन होने पर—

$$\text{समय} = 2n = 2 \times \frac{3}{2} = 3 \text{ वर्ष}$$

$$\text{दर R} = \frac{4}{2}\% = 2\%$$

$$\text{मिश्रधन, A} = P\left(1+\frac{P}{100}\right)^n$$

$$= 1000\left(1+\frac{2}{100}\right)^3$$

$$= 1000\left(\frac{51}{50}\right)^3$$

$$= 1051.20 \text{ रु.}$$

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज दर} = A - P = 1061.20 - 1000 = 61.20 \text{ रु.।}$$

प्रश्नावली 9.1

1. सोहन अपने वेतन का 80: खर्च करने के बाद 180 रु. बचाता है। उसका वेतन ज्ञात करें।
2. एक मेज का अंकित मूल्य 450 है और यह 360 रु. में मिलता है। बट्टे का प्रतिशत ज्ञात करें।
3. एक दुकानदार 240 केला प्रति दर्जन 60 रु. की दर से खरीदा। इनमें 10 केले सड़े हुए थे। लाभ य हानि प्रतिशत ज्ञात करें।
4. एक पंखे का मूल्य 250 रु. था। बैट की दर 12% है। बिल की देय राशि ज्ञात करें।
5. 300 किग्रा चावल 15 रु. प्रति किग्रा की दर से दुकानदार द्वारा खरीदा गया तथा 5% हानि पर बचे दिया गया। हानि तथा विक्रय मूल्य ज्ञात करें।
6. रोहित ने दो साईकिल में से प्रत्येक को 4000 रु. में बेचा। पहला साईकिल पर उसे 5% का लाभ तथा दूसरे पर 10% की हानि हुई। कुल लाभ अथवा हानि ज्ञात करें।
7. 4 कुर्सीयों का विक्रय मूल्य 3 कुर्सीयों के क्रम मूल्य के बराबर है तो लाभ या हानि ज्ञात करें।
8. 1000 रु. का 18 महीनों के लिए 10% वार्षिक दर से जब ब्याज अर्द्धवार्षिक संयोजित होता है तो मिश्रधन और चक्रवृद्धि ब्याज निकालें।
9. 20000 रु. का 1 वर्ष के लिए 10% वार्षिक दर से ब्याज तिमाही संयोजित होता है, तो मिश्रधन तथा चक्रवृद्धि ज्ञात करें।

17. दो अंकों वाली एक संखय के अंकों का योग 9 है। इस संख्या के अंकों के स्थान बदलने पर प्राप्त संख्या की गई संख्या से 27 अधिक है तो दी गई संख्या ज्ञात कीजिए।

© JCERT not to be republished

उत्तरमाला 9.1

1. 900 रु.
2. 20%
3. लाभ 15%
4. 392 रु.
5. हानि = 225 रु., विक्रय मूल्य = 4275 रु.
6. हानि 253 – 97%
7. हानि = 25%
8. मिश्रधन = 1157.62 रु.

   चक्रवृद्धि ब्याज = 157.62 रु.
9. मिश्रधन = 22076.26 रु.

   चक्रवृद्धि ब्याज = 2076.26 रु.

© JCERT not to be republished

© JCERT
not to be republished